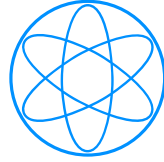




Technische Universität München



Physik Department

Diplomarbeit zum Thema

# Isobarentrennung mit einer Braggkammer bei Rex-Isolde

von  
Wolfgang Weinzierl



5. Juli 2007

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Das Messprinzip</b>	<b>4</b>
2.1. Energieverlust und Reichweite . . . . .	4
2.2. Drift der Ladungen im elektrischen Feld . . . . .	5
2.3. Konzept der Zeitaufgelösten Messung . . . . .	6
<b>3. Physikalische Grundlagen</b>	<b>8</b>
3.1. Elektronischer Energieverlust . . . . .	9
3.1.1. Elektr. Bremsvermögen langsamer Ionen . . . . .	12
3.1.2. Elektr. Bremsvermögen schneller Ionen . . . . .	12
3.1.3. Elektr. Bremsvermögen mittelschneller Ionen . . . . .	13
3.2. Nuklearer Energieverlust . . . . .	14
<b>4. Detektor Simulation mit SRIM</b>	<b>17</b>
4.1. Durchführung . . . . .	19
4.2. Energieverlust mittelschwerer Kerne . . . . .	20
4.3. Energieverlust schwerer Kerne . . . . .	22
4.4. Energieverluststreuung . . . . .	23
<b>5. Bragg Kammer</b>	<b>25</b>
5.1. Das Driftvolumen . . . . .	25
5.2. Eintrittsfolie und Strahlabschwächung . . . . .	28
5.3. Frischgitter . . . . .	29
5.4. Elektronik und DAQ . . . . .	31
5.4.1. Trigger in digitalen Systemen . . . . .	33
<b>6. Testexperiment</b>	<b>35</b>
6.1. Gassystem . . . . .	35
6.2. Strahl und Target . . . . .	35
6.3. Experimentaufbau . . . . .	36
6.4. Typische Signale . . . . .	36
6.5. Pulserreichung . . . . .	37
6.6. Optimierung des Gasdrucks . . . . .	37
6.7. Verifizierung der Drift . . . . .	38

---

<b>7. Datenauswertung</b>	<b>40</b>
7.1. Pulsformanalyse . . . . .	41
7.2. Auswertung der experimentellen Daten . . . . .	45
7.2.1. Energieeichung mit Pulser . . . . .	46
7.2.2. Cutten . . . . .	48
7.2.3. Long-Short Methode . . . . .	49
7.2.4. $\chi^2$ -Methode . . . . .	51
7.3. Vergleich mit simulierten Daten . . . . .	54
7.3.1. Erweiterung der Long-Short-Methode . . . . .	54
7.3.2. $\chi^2$ -Methode . . . . .	55
<b>8. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>58</b>
<b>A. Variablen</b>	<b>A-i</b>
<b>B. Drift und Diffusion</b>	<b>B-ii</b>
<b>C. SIS 3300 100MHz FADC</b>	<b>C-iv</b>
<b>D. Konstruktionszeichnungen</b>	<b>D-v</b>
<b>E. Software</b>	<b>E-vii</b>

## Abbildungsverzeichnis

1.1.	Aufbau Rex-Isolde . . . . .	1
1.2.	Trennung für $^{78}\text{Ga}$ und $^{78}\text{Ga}$ . . . . .	2
1.3.	Keine Trennung für $^{124}\text{Cd}$ und $^{124}\text{In}$ . . . . .	3
2.1.	Gemittelte Braggkurven $^{58}\text{Ni}$ und $^{56}\text{Fe}$ . . . . .	5
2.2.	Driftgeschwindigkeiten . . . . .	6
3.1.	Streuung im CMS System . . . . .	15
4.1.	Veranschaulichung der energieabhängigen Weglänge . . . . .	17
4.2.	“Stopping power” für $^{122}\text{Cd}$ und $^{122}\text{In}$ . . . . .	18
4.3.	Magic Formula . . . . .	19
4.4.	Flugbahnen . . . . .	20
4.5.	Braggkurven $^{58}\text{Ni}$ und $^{56}\text{Fe}$ . . . . .	21
4.6.	Gemittelte Braggkurven $^{58}\text{Ni}$ und $^{56}\text{Fe}$ . . . . .	21
4.7.	Gemittelte Bragg-Kurven $^{70}\text{Zn}$ und $^{70}\text{Ga}$ . . . . .	22
4.8.	Gemittelte Braggkurven $^{122}\text{Cd}$ und $^{122}\text{In}$ . . . . .	22
4.9.	y-Lateralpositionen nach einer P10-Schicht . . . . .	24
5.1.	Potentiale des Braggdetektors . . . . .	26
5.2.	Gradienten des Braggdetektors . . . . .	26
5.3.	Gradienten des Braggdetektors mit gefrästen Potentialplatten . . . . .	27
5.4.	Differenz der Gradienten . . . . .	27
5.5.	Krümmungsradius . . . . .	28
5.6.	Feld und Potential einer Ionisationskammer mit Frischgitter . . . . .	29
5.7.	Ineffizienz verschiedener Frischgitter und Gitterverluste . . . . .	30
5.8.	Aufbau eines Braggdetektors . . . . .	31
5.9.	Ladungsintegrierender Vorverstärker . . . . .	32
5.10.	Erwartetes Signal . . . . .	32
5.11.	Triggerlogik . . . . .	34
5.12.	Trigger im Experiment . . . . .	34
6.1.	Targetkammer am MLL . . . . .	36
6.2.	Anodensignal . . . . .	37
6.3.	Pulsersignale . . . . .	37

6.4. Optimierung des Gasdrucks . . . . .	38
6.5. Driftgeschwindigkeit im Experiment . . . . .	39
7.1. Anodensignale . . . . .	40
7.2. Verschiedene Filter . . . . .	42
7.3. Filterantwort . . . . .	43
7.4. Verschiedene Filterantworten . . . . .	44
7.5. Optimaler langer Filter . . . . .	45
7.6. Optimaler kurzer Filter . . . . .	46
7.7. Pulssignale gefiltert . . . . .	47
7.8. Fit der Pulssignale . . . . .	47
7.9. Cuts stzen . . . . .	48
7.10. Vergleich der Steigungen für Cuts und Algorithmus . . . . .	49
7.11. $\Delta E - E$ -Plot der optimalen Filterkonfigurationen . . . . .	50
7.12. Energieauflösung . . . . .	50
7.13. Trennung durch das Bragg-Maximum . . . . .	51
7.14. Gemittelte experimentelle Daten . . . . .	52
7.15. $\chi_{Ni}^2$ gegen $\chi_{Fe}^2$ . . . . .	52
7.16. $\Delta t$ gegen $\Delta U$ . . . . .	53
7.17. Digitale Filterung der Simulierten Daten für $^{58}\text{Ni}$ und $^{56}\text{Fe}$ . . . . .	54
7.18. $\Delta E$ -Trennung für $^{70}\text{Ga}$ und $^{70}\text{Zn}$ . . . . .	55
7.19. $\Delta E$ -Trennung für $^{122}\text{Cd}$ -(500 Ereignisse) und $^{122}\text{In}$ -(200 Ereignisse) . . . . .	55
7.20. $\chi_{Ni}^2$ gegen $\chi_{Fe}^2$ der simulierten Daten . . . . .	56
7.21. $\chi_{Zn}^2$ gegen $\chi_{Ga}^2$ der simulierten Daten . . . . .	56
7.22. $\chi_{In}^2$ gegen $\chi_{Cd}^2$ der simulierten Daten . . . . .	57
8.1. Koordinatentransformation der experimentellen Daten . . . . .	59
8.2. Geradenbestimmung der Koordinatentransformation . . . . .	59
D.1. Zusammengebaute Bragg-Kammer. . . . .	D-v
D.2. Konstruktionszeichnungen der Bauteile. . . . .	D-vi

# 1 Einleitung

Moderne Kernmodelle sagen voraus, dass die bei stabilen Kernen wohletablierte Schalenstruktur sich für neutronenreiche Kerne zum Teil drastisch verändert. Bei Isolde wird unter Protonenbeschuss zum Beispiel eines  $UC_x$ -Targets durch Spaltungs- und Spaltungsreaktionen ein Cocktail aus kurzlebigen Teilchen produziert. Um die gewünschten Isotope im extrahierten Ionenstrahl anzureichern werden die bei hohen Temperaturen aus dem Target diffundierenden Gase nicht nur thermisch sondern in vielen Fällen durch mehrstufige Anregung mit verschiedenfarbigen Lasern ionisiert. Für die Nachbeschleunigung im Rex-Isolde Linearbeschleuniger werden die Ionen nach dem Massenseparator in einer Penning-Falle über mehrere ms aufgesammelt. Hierbei werden die Ionen durch ein Puffergas verlangsamt, um anschließend in der EBIS (Electron Beam Ion Source) in einen höheren Ladungszustand versetzt zu werden. Innerhalb der EBIS kommen stabile Verunreinigungen hinzu. Im nachfolgenden Rex-Beschleuniger aus RFQ und drei 7 Spaltern (“-Gap” Resonatoren) werden Teilchen mit ähnlichen  $4.5 \leq A/q \leq 6.5$  nachbeschleunigt [CER05].

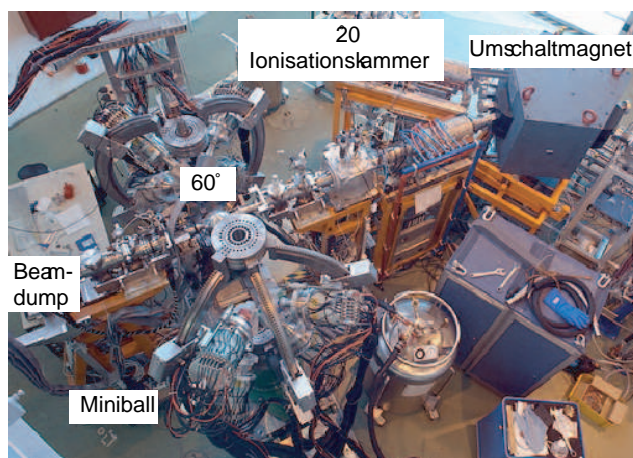


Abbildung 1.1.: Aufbau der Versuchsanordnung am Rex-Isolde (Cern). Ferner ist die Position einer Kombination aus Ionisationskammer und Si-Detektor zur Teilchenidentifikation, wie sie bereits in abgeschlossenen Experimenten eingesetzt wurde, gekennzeichnet.

Die Untersuchung der Kernstruktur dieser radioaktiven Ionenstrahlen mit Energien von bis zu 3MeV/u, in der Nähe abgeschlossener Schalen durch Coulombanregung, soll eine Einsicht in die unterschiedlichen kollektiven- sowie Einteilchen-Zustände dieser nu-

klaren Region liefern. Abb. 1.1 zeigt den Miniball Aufbau am Rex-Isolde beim Cern. Die beschleunigten Isotope werden durch einen Umschaltmagneten zur Miniball Detektor Anordnung unter  $60^\circ$  gelenkt. Unter  $20^\circ$  ist der Messplatz für die Strahluntersuchung zu sehen. Die ersten Versuche, die Zusammensetzung zu bestimmen, wurden mit einem  $\Delta E$ - $E_{Rest}$ -Detektor, welcher aus einer Kombination von Ionisationskammer und Si-Detektor bestand, unter  $20^\circ$  durchgeführt. Unter anderem konnten Isobare, in der Massenregion um  $A=80$ , mit ausreichender Genauigkeit unterschieden werden (s. Abb. 1.2). Für Isobare um  $A=120$  war dies nicht mehr möglich (s. Abb. 1.3). Auf-

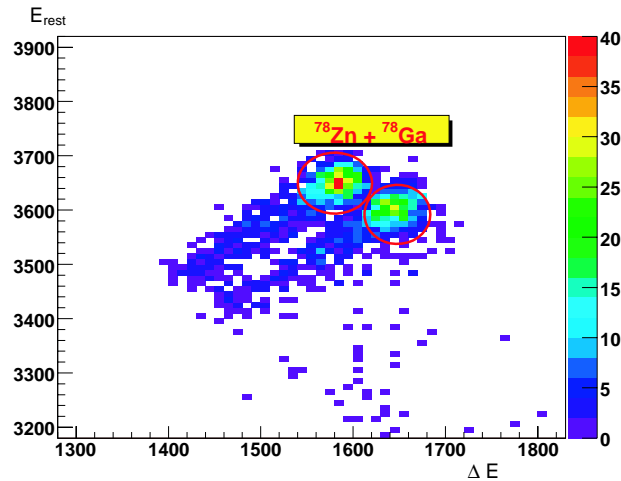


Abbildung 1.2.: Trennung der Isobare  $^{78}\text{Ga}$  und  $^{78}\text{Zn}$  mit einer Kombination aus Ionisationskammer und Si-Detektor.

grund des eingeschränkten dynamischen Bereiches, sowie der Ratenempfindlichkeit des Halbleiterzählers, wurde geplant, die Strahlzusammensetzung durch einen Gasdetektor zu identifizieren. Dieser besitzt, aufgrund der kleinen Kapazität und des über den Gasdruck definierten dynamischen Bereiches, die optimalen Voraussetzungen einen Cocktail von Teilchen zu unterscheiden. Außerdem besitzt ein Gasdetektor, abgesehen von seiner passiven Eintrittsfolie, keine empfindlichen Komponenten, die bei direktem Einsatz im Primärstrahl geschädigt werden können. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Konzept der Braggkammer an die speziellen Anforderungen bei REX-Isolde angepasst, weiterentwickelt, ein kompakter Strahldetektor gebaut und erfolgreich eingesetzt.

Als ein weiteres führen die temperaturabhängigen Diffusionseigenschaften der Spaltprodukte, sowie deren verschiedenste chemischen Eigenschaften, auf radioaktive und stabile Verunreinigungen des Teilchencocktails. Durch elektrische und magnetische Felder wird dieser Cocktail nachbeschleunigt und zum Experiment gelenkt.

Diese Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut: Nach einer Einführung des Messprinzips in Kapitel 2 werden die Physikalischen Grundlagen (Kapitel 3) zur Simulation des Energieverlustes (Kapitel 4) wiederholt. In Kapitel 5 werden die Eigenschaften der neuen Braggkammer näher beschrieben. Das Testexperiment am Maier-Leibniz-Laboratorium in München wird in Kapitel 6 behandelt. Die Auswertung des Testexperiments sowie der

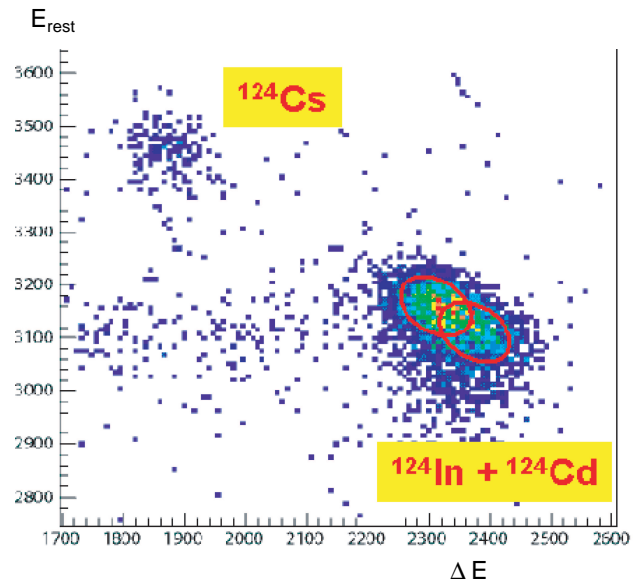


Abbildung 1.3.: Keine Trennung möglich für die Isobare  $^{124}\text{Cd}$  und  $^{124}\text{In}$  mit einer Kombination aus Ionisationskammer und Si-Detektor.

Simulationsergebnisse findet sich in Kapitel 7 wieder woraufhin eine Zusammenstellung der Ergebnisse und einem Ausblick in Kapitel 8 gegeben wird. .



## 2 Das Messprinzip

Das Prinzip der Isobarenunterscheidung, durch Messung des Energieverlustsignals in einer Ionisationskammer mit longitudinalelem, E-Feld, wurde Anfang der 80er Jahre an der TU-München von Ch. Schiessl entwickelt [S<sup>+</sup>82]. Die Bragg-Ionisationskammer besteht im Wesentlichen aus vier Komponenten: der Eintrittsfolie, welche als Kathode dient, dem Driftvolumen mit möglichst homogenem Feld, dem Frischgitter (FG), sowie der Anode. Das elektrische Feld des Bragg Detektors ist hierbei parallel zur Einfallsrichtung der Teilchen und ermöglicht es, durch einen vordefinierten Druck, die Reichweite, Energie und Kernladung unterschiedlicher Reaktionsfragmente, zu unterscheiden. Die eintretenden Ionen werden im elektrischen Feld zwischen Kathode und Frischgitter abgebremst und ionisieren hierbei die Atome/Moleküle des Zählgases. Die dadurch entstehenden Elektronen und positiven Ionen werden im elektrischen Feld getrennt und driften im Gasraum zur Anode bzw. Kathode. Der zeitliche Verlauf des Signals enthält damit Informationen über Gesamtenergie und differentiellen Energieverlust der einzelnen Teilchen. Bisher wurde die Trennung in einer Bragg-Ionisationskammer durch zwei Spektroskopieverstärker mit langer “shaping”-Zeit für  $E$  und kurzer für  $\Delta E$  erreicht. Durch Weiterentwicklungen in der Signalelektronik ist es heute möglich, den zeitlichen Verlauf eines Signals zu extrahieren und durch geeignete Pulsformanalyse Kerngrößen, zu bestimmen.

### 2.1 Energieverlust und Reichweite

Abb. 2.1 zeigt simulierte Energieverlustkurven für  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  Ionen in P10<sup>1</sup>, bei einem Druck von 500mbar. Aufgrund des  $Z$ - und  $\beta$ -abhängigen Energieverlustes (s. Kap. 3) besitzt jedes Isotop eine andere Energieverlustkurve. Diese unterscheiden sich zum einen in der Amplitude, Lage des Energieverlustmaximums, sowie der Reichweite. Somit hat man die Möglichkeit durch Kenntnis dieser Größen alle Isotope durch den  $\beta$ -abhängigen Teil und in der Masse zu unterscheiden.

---

<sup>1</sup>P10: ArCH<sub>4</sub> in einem Mischungsverhältnis von 90/10

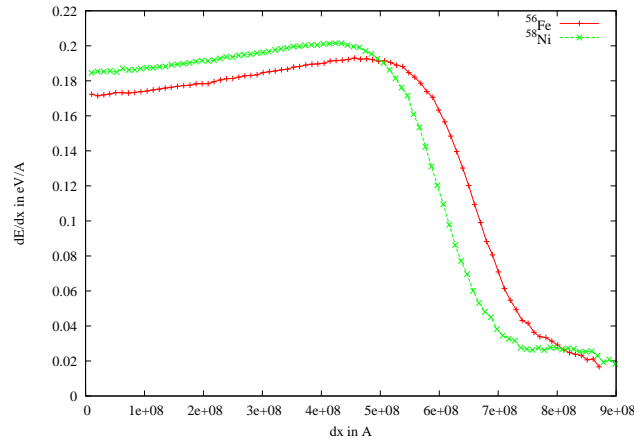


Abbildung 2.1.: Aus Simulationen bestimmte gemittelte Braggkurven aus 500 Events für  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  in P10 ( $P=500\text{mbar}$ ) bei einer Einschussenergie von  $134.958\text{MeV}$  und  $136.367\text{MeV}$  respektive.

## 2.2 Drift der Ladungen im elektrischen Feld

Abb. 2.2 zeigt die Driftgeschwindigkeit von Elektronen in unterschiedlichen Argon-Methan Mischungen [Sau77]. Aufgetragen ist die Driftgeschwindigkeit gegenüber der reduzierten Feldstärke  $E/p$ .<sup>2</sup> In reinen Edelgasen steigt die Driftgeschwindigkeit der Elektronen aufgrund der abgeschlossenen Elektronenhüllen mit zunehmenden  $E/p$  verhältnismäßig langsam an. Andererseits ist in reinen mehratomigen Gasen, wo Vibrations- sowie Rotationszustände angeregt werden können, ein sehr kontinuierlicher Anstieg der Driftgeschwindigkeit bei ansteigendem  $E/p$  zu verzeichnen. In einer Mischung aus einem Edelgas und mehratomigen Molekülen erkennt man einen sehr schnellen Anstieg der Driftgeschwindigkeit bis zu einem Maximum, welches durch den prozentualen Anteil der mehratomigen Moleküle charakterisiert ist, sowie einem darauf folgenden langsamen Abfall. Bei zeitaufgelösten Messungen wird eine möglichst homogene Drift gewünscht. Um keine großen Abweichungen in der Driftgeschwindigkeit durch kleine Störungen im elektrischen Feld sowie im Gasdruck zu erhalten, wird versucht, die Kammer in einem möglichst flachen Bereich der Driftgeschwindigkeitskennlinie zu betreiben. Da die Driftgeschwindigkeit eine Funktion des reduzierten elektrischen Feldes ist, kann, bei konstant gehaltenem Feld eine Druckänderung das Driftverhalten der Elektronen verändern. Eine Druckerhöhung würde, beispielsweise, eine Dichteerhöhung mit sich bringen was wiederum zu einer geringeren, mittleren freien Weglänge führen würde. Zwischen zwei Stößen wird das Elektron im elektrischen Feld beschleunigt. Da die Beschleunigungsstrecke/-dauer bei einer höheren Dichte des Gases geringer ausfällt, ist die Driftgeschwindigkeit bei konstant gehaltenem Feld entsprechend geringer. Da man eine möglichst geringe Detektorspannung verwenden möchte, um Entladungen oder Gasverstärkung an Inhomogenitäten zu vermeiden, wird man sich in das erste Maximum der Driftgeschwindigkeit der

<sup>2</sup>E: elektrisches Feld, p: Druck

jeweiligen Mischungen setzen. Nur dort bewirken kleinere Abweichungen im Feld und Druck auch kleine Abweichungen in der Drift.

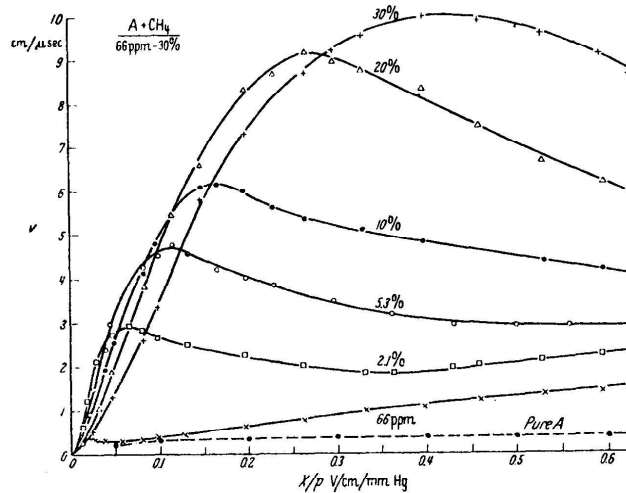


Abbildung 2.2.: Driftgeschwindigkeiten von Elektronen in mehreren Argon-Methan Mischungen in Abhängigkeit von  $E/p$ [Sau77].

### 2.3 Konzept der Zeitaufgelösten Messung

Das Konzept der Isobarenunterscheidung, durch Messen des Energieverlustes, lässt sich auf dessen quadratische Abhängigkeit von  $Z$  zurückführen  $dE/dx \sim Z^2/v^2$ . Es gibt in dieser Hinsicht unterschiedliche Umsetzungsmöglichkeiten einen Ionisationsdetektor zu bauen, der die Isobare trennt. Die Teilchenidentifikation mit einem Gasdetektor erfolgt entweder durch mechanische oder aber durch zeitliche Separation mit longitudinalem oder transversalem elektrischen Feld. Im Falle der mechanischen Separation wird der Detektor in eine Anzahl von Bereichen, entsprechend den Auflösungsbedürfnissen, unterteilt. Diese dienen der Messung des Energieverlusts  $\Delta E$  innerhalb einer gewissen Wegstrecke. Die geometrischen Abmessungen des Detektors würden sich am Schnittpunkt dieser Energieverlustkurven orientieren. Der Nachteil eines solchen Detektors ist eindeutig die Festlegung der Geometrie, welche den dynamischen Bereich vorgibt. Eine feinere Abtastung erhält man z.B. bei Verwendung eines transversalen elektrischen Feldes zur Einfallsrichtung, mit gleichzeitigem Segmentieren der Anode. Der Nachteil einer solchen Anordnung ist sicherlich die Auslese einer größeren Anzahl von Kanälen (MUSIC). Bei Verwendung eines longitudinalen Feldes zur Einfallsrichtung kann, durch ein zeitliches Abtasten des Anodensignals, die komplette Information durch einen Kanal ausgelesen werden (Braggkammer). Im Falle der zeitlichen Separation besitzt man, durch Veränderung des Gasdrucks, eine weitaus einfachere Möglichkeit, den dynamischen Bereich zu erweitern. Die, innerhalb des effektiven Gasvolumens, erzeugte Elektronen-Wolke wird zur Anode transportiert, gesammelt und verstärkt, was zu einem analogen Signal führt, welches mittels eines "Sampling"-ADC's in ein digitales Signal umgewandelt wird. In den letzten Jahren

wurden Analog-to-Digital Converter (ADC) mit hoher Auflösung (12-14 bit) und Abtastraten von bis zu 100MHz entwickelt [B<sup>+</sup>06a, B<sup>+</sup>06b, XY06]. Ein wesentlicher Vorteil dieser Aufnahmemethodik ist, dass die bei analogen Schaltungstechniken auftretenden Unzulänglichkeiten wie Nichtlinearität, Drift und Störungen aufgezeichnet werden und mittels Software behoben werden können.

Die zeitliche Abhängigkeit des an der Anode detektierten Ionisationsstroms ist direkt korreliert mit der Bragg-Kurve (s. Abb. 2.1). Hierzu proportional ist die Produktion der Ladungsträger, welche als Signal abgetastet werden. Erwartungsgemäß unterscheiden sich die Umkehrpunkte des integrierten Signals für beide Ionensorten. Diese stimmen mit dem Bragg-Peak-Maximum überein. Aus der Länge der Anstiegsflanke lässt sich die Reichweite der Teilchen bestimmen. Identische Teilchen, unterschiedlicher Energie, unterscheiden sich in ihrer Reichweite, haben aber exakt dieselbe spezifische Ionisation im Bragg-Peak. Projektile mit unterschiedlichen Kernladungszahlen haben unterschiedliche spezifische Ionisation in ihren Bragg Maxima auch wenn sie identische Gesamtenergie haben. Somit erhält man die Kernladung der Teilchen durch Messung der Ionisation im Energieverlustmaximum, während man die Gesamtenergie durch den gesamten Ionisationsstrom bestimmt.

### 3 Physikalische Grundlagen

Die ersten semiklassischen Arbeiten zum Energieverlust wurden in den 30'er Jahren durch die störungstheoretischen Ansätze komplementiert. Der totale Energieverlust ist in zwei Anteile unterteilt: die Energie, die durch das Ion an Targetelektronen (elektronische Abbremsung oder inelastischer Energieverlust) sowie an Targetkerne (Kernabbremsung oder elastischer Energieverlust) übertragen wird.

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{total} = \left(\frac{dE}{dx}\right)_n + \left(\frac{dE}{dx}\right)_e \quad (3.1)$$

Bei sehr kleinen Distanzen zwischen den interagierenden Kernen kann der repulsive Anteil durch eine Coulomb-Wechselwirkung beschrieben werden. Sind die Entfernungen sehr groß, schirmen die Elektronenwolken die Kerne voneinander ab. Die Separation des Energieverlustes eines Ions in zwei unkorrelierte Komponenten ist möglich, da über eine große Anzahl von Kollisionen gemittelt wird. Die Korrelationen gewinnen an Bedeutung sobald man Einzelstreuprozesse, sowie Targets geringer Dichte betrachtet. Das totale Wechselwirkungs-Potential ist eine Summe aus Kern-Kern (nn), Elektron-Elektron (ee), sowie Elektron-Kern (en) Wechselwirkungen. Durch einen räumlichen Überlapp der Elektronenverteilungen muss sich aufgrund des Pauli Prinzips die kinetische Energie der Elektronen verändern ( $V_k$ ). Das Ausschließungsprinzip führt zu einer lokalen Abnahme der Elektronendichte. Dies wiederum verringert die Energie des Systems im Vergleich zu einer kontinuierlichen Elektronendichteverteilung. Diese Abnahme ist identisch mit der sogenannten Austauschenergie ( $V_a$ ).

$$V = V_{nn} + V_{ee} + V_{en} + V_k + V_a \quad (3.2)$$

Da der Ionisationsgrad des Projektils beim Durchqueren des Targets nicht bekannt, aber zur Berechnung der Wechselwirkung unablässig ist, wird ein geschwindigkeits-abhängiger Ionisationsgrad eingeführt. Bohr und andere schlugen vor, dass Ionen Elektronen verlieren können, deren Orbitalgeschwindigkeiten kleiner als die Geschwindigkeit der Ionen ist [Boh48]. Northcliffe konnte über die Störungstheorie, durch einen deduktiven Abgleich experimenteller Daten für Wasserstoff und schwerere Ionen, einen Ausdruck der effektiven Ladung ableiten [Nor60].

$$Z^*/Z = 1 - a \exp\left[\frac{b}{Z^{2/3}} \cdot \frac{v}{v_0}\right] \quad (3.3)$$

$v$  ist die Ionengeschwindigkeit,  $v_0$  die Bohrgeschwindigkeit ( $\sim 2.2 \times 10^8 \text{ cm/s}$ ) und  $a$  sowie  $b$  Fitparameter, welche aus experimentellen Daten extrapoliert werden können. Hierbei

wurde festgestellt dass  $Z^*$  relativ unabhängig davon ist, ob das Bremsmedium gasförmig oder fest ist [Ahl80]. Die folgenden Beschreibungen der Anteile am Energieverlust in einer Simulation beziehen sich auf das Programmpaket SRIM von Biersack, Ziegler und Littmark, welches den Energieverlust und die Reichweite von Ionen ( $10\text{eV} - 2\text{GeV}/\text{amu}$ ) in Materie unter Verwendung einer vollständig quantenmechanischen Behandlung der Ion-Atom Kollisionen berechnet [ZBL85].

### 3.1 Elektronischer Energieverlust

Der elektronische Energieübertrag ist komplexerer Natur, da man sehr unterschiedliche Prozesse berücksichtigen muss. Zum einen gibt es einen direkten Energieübertrag an Targetelektronen. Zum anderen führt die Beförderung lokalisierter, stark gebundener Targetelektronen zu einer Anregung oder Ionisation von Targetatomen. In Festkörpern können schwach gebundene oder unlokalisierte Targetelektronen aus dem Leitungsband angeregt werden. Des weiteren kann es zu einer Anregung, Ionisation oder einem Elektroneneinfang des Projektils kommen. Für den elektronischen Energieverlust im Bereich von einigen MeV/u sind vier grundlegende Phänomene von Bedeutung.

1. Sehr viele Stossprozesse sind erforderlich, bevor ein Teilchen seine gesamte Energie verliert (der maximale Energieverlust tritt bei einem zentralen Stoss auf).
2. Bei einem streifenden Stoss zwischen einem Elektron und einem schweren Ion wird das schwere Teilchen um einen unbedeutenden Winkel in den Raum gestreut, was zu einer fast linearen Trajektorie des einfallendem Teilchens führt.
3. Da die Coulombkraft eine unendliche Reichweite besitzt, interagiert das Teilchen simultan mit vielen Elektronen und verliert daraufhin seine Energie graduell aber kontinuierlich. Nach einer gewissen Distanz hat es seine gesamte Energie verloren. Diese Distanz wird auch als Reichweite bezeichnet. Die Reichweite ist abhängig vom Teilchen, Targetmaterial, sowie der Energie des einfallenden Teilchens.
4. Die Energie, die benötigt wird um ein Atom zu ionisieren, liegt im Bereich von 10eV. (Besitzt das Ion nicht genügend Energie um ein Atom zu ionisieren, wird das Atom in einen angeregten Zustand versetzt, aus welchem es sich schnell wieder abregt). Ferner können einfallende Ionen im keV Bereich Atome ionisieren und somit sekundäre Elektronen erzeugen. Um den Energieverlust eines Ions richtig zu beschreiben, muss man die Primär- sowie Sekundärelektronen und womöglich weitere Generationen, sowie die atomare Anregung in die Betrachtung einbeziehen.

Die ersten theoretischen Arbeiten zum Energieverlust geladener Teilchen in Materie stammen von Thomson, Bloch, Bohr und Bethe [Bet32, Boh13, Tho12]. Ihre Ansätze führten auf eine Wechselwirkung des Ions mit einem isolierten Atom, wobei der Energieverlust durch Störung des harmonischen Oszillatorpotentials gegeben ist. Der elektronische Energieverlust kann durch die Bethe-Bloch-Formel beschrieben werden.

$$\frac{dE}{dx} = -Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2m_e c^2 \gamma^2 \beta^2 T_{Max}}{I^2}\right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C}{Z} \right] \quad (3.4)$$

Hierbei ist  $T_{Max}$  die maximale kinetische Energie welche auf ein freies Elektron in einer Kollision übertragen werden kann.

$$T_{Max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma m_e/M + (m_e/M)^2} \quad (3.5)$$

$Z$  und  $A$  sind die Kernladungs- sowie Massenzahl des absorbierenden Mediums und  $z$  die Kernladung des Projektils.  $K = 4\pi N_a r_e^2 m_e c^2$  wobei  $m_e$  der Masse des Elektrons und  $\beta = v/c$  sowie  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ , welche abhängig von der Geschwindigkeit  $v$  des einfallenden Teilchens sind, entsprechen. Der Parameter  $I$ , welcher im Allgemeinen durch Mitteln über alle atomaren Ionisations- sowie Anregungsprozesse berechnet werden müsste, entspricht der mittleren Anregungsenergie der atomaren Elektronen. In der Praxis wird  $I$  als empirische Konstante verwendet, mit einem Wert in eV in der Größenordnung von  $10 \cdot Z$  (s. auch Anhang A). In Luft beträgt  $I=86$  eV während für Aluminium  $I=163$  eV ist.  $\delta$  ist ein Dichtekorrekterterm der bei großen Energien an Bedeutung gewinnt. Bei niedrigeren Energien müssen Schalen-Korrekturterme  $C$  berücksichtigt werden. Dem Elektroneneinfang, der sich nun langsam bewegenden Teilchen, soll hierbei Rechnung getragen werden. Bei nichtrelativistischen Energien nimmt  $dE/dx$  mit  $1/\beta^2$  ab um ein sehr breites, flaches Minimum bei einer kinetischen Energie von etwa  $3m_0c^2$  zu erreichen. Bei sehr hohen Energien kommt es aufgrund der  $\gamma$ -abhängigen Transversalkomponente des elektrischen Feldes des Teilchens zu einem langsamen logarithmischen Anstieg des Energieverlustes [FGK<sup>+</sup>92]. Die Bethe-Bloch-Formel gibt in einem weiten Hochenergiebereich den Energieverlust pro Einheitslänge wieder. In dieser Form beschreibt die Bethe-Bloch-Formel den Energieverlust bis zu 1% genau.

Die Reichweite eines Teilchens errechnet sich aus dem totalen Energieverlust gemäss

$$R = \int_T^0 \left( -\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE. \quad (3.6)$$

Nur im Bereich der Gültigkeit des zentralen Grenzwertsatzes, wo der Energieverlust gaußmässig streut, ist die bisherige Beschreibung des Energieverlustes allgemeingültig. Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass die Funktion der Wahrscheinlichkeitsdichte einer Summe unendlich gleichverteilter Zufallsvariablen sich einer Gaußfunktion annähert. Betrachtet man nun den Energieverlust in einer kleinen Schicht als zufällige Variable, so ist die Summe der gesamt-deponierten Energie einer Anzahl folgender Schichten gaußartig. Dies ist jedoch nur bei sehr dichten Medien gültig. Abhängig von der Elektronendichte des Absorbers, sowie der Ladung des abgebremsten Projektils, gibt die Bethe-Bloch-Formel bei Absorbern geringer Dichte, wie es z. B. Gase sind, den mittleren Energieverlust an, welcher um den wahrscheinlichsten Wert  $\Delta E_0$  gemäss einer Landau-Verteilung streut. Durch Lösen der Transportgleichung, unter Annahme, dass der mittlere Energieverlust wesentlich größer ist als die Energien der atomaren Elektronen, konnte Landau den wahrscheinlichsten Energieverlust  $\Delta_{mp}$  herleiten. Hierbei berücksichtigt die Landau-Verteilung zwei Phänomene. Zum einen die vielen Energieverlustprozesse mit kleinen Energieübertragen (gaußartig), und zum Anderen die Prozesse mit einem einhergehendem hohen Energieverlust, welcher exponentiell zu  $T_{max}$  hin abnimmt [Ahl80]. Diese

großen Energieverluste sind auf die statistisch gesehen eher selten vorkommenden harten Stöße zurückzuführen, bei welchen viel Energie auf ein einziges Elektron übertragen wird ( $\delta$ -Elektronen). Mit  $\lambda = \Delta E - \Delta E_0$  ergibt sich:

$$f(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\lambda+e^{-\lambda})} \quad (3.7)$$

$\lambda$  wird hierbei als die normierte Abweichung vom wahrscheinlichsten Energieverlust angesehen. Die großen Fluktuationen im Energieverlust sind auf die geringe Anzahl der Stöße zurückzuführen, in welchen ein großer Energieübertrag stattgefunden hat. Die Dicke des Absorbers ist entscheidend für die Ausprägung der Asymmetrie. Nach Ahlen [Ahl80] ist der Schlüsselparameter in Landaus Theorie

$$\zeta = (2\pi N z^2 e^4 / m_e v^2) x, \quad (3.8)$$

so dass der wahrscheinlichste Energieverlust geschrieben werden kann als

$$\Delta_{mp}(\text{Landau}) = \zeta [\ln(\zeta/\epsilon') + 0.373] \quad \text{mit} \quad (3.9)$$

$$\ln \epsilon' = \ln[(1 - \beta^2) I^2 / 2m_e v^2] + \beta^2. \quad (3.10)$$

Hierbei ist  $N$  Elektronenzahldichte und  $x$  die Dicke der Schicht (restliche Parameter s.o.). Unter Berücksichtigung der Polarisationsphänomene, welche durch die Dichte des Mediums verursacht werden, lässt sich der korrekte Wert des wahrscheinlichsten Energieverlustes angeben:

$$\Delta_{mp} = \zeta [\ln(\zeta/\epsilon') + 0.198 - \delta] \quad \text{wobei} \quad (3.11)$$

$$\delta \rightarrow 2 \ln(4\pi N e^2 / m_e \beta \gamma \hbar / I) - 1 \quad \text{für} \quad \beta \rightarrow 1 \quad (3.12)$$

Nach Bohr und anderen befassten sich in den 40'er Jahren, Fermi und Teller, mit der Energieverlustproblematik [Fer40, KT41]. Sie beschrieben den elektronischen Energieverlust durch eine Wechselwirkung des Ions mit einem freien Elektronengas. Dieser Ansatz wurde dann von Lindhard, Neufeld und Ritchie sowie Fano aufgegriffen [NR55, Fan65]. Lindhard konnte durch störungstheoretische Betrachtungen eine explizite Funktion der Wechselwirkung herleiten. Unter Annahme einer lokal variablen Elektronendichte  $\rho$  des Absorbers kann der elektronische Energieverlust  $S_e$  durch eine Wechselwirkung  $I(v, \rho)$  und eine effektive Ladung  $Z_1^*$  des einfallenden Ions beschrieben werden.

$$S_e = \int I(v, \rho) (Z_1^*(v))^2 \rho dV \quad (3.13)$$

Entsprechend den Energien der einfallenden Ionen werden hier verschiedene Bereiche unterschieden. Die Wechselwirkung selber wird durch eine Wechselwirkung mit einem freien Elektronengas approximiert und an den Grenzen durch empirische Analysen angeglichen. Allen theoretischen Ansätzen ist eines gemein. Chemische und atomare Aggregationsphänomene spielen keine große Rolle beim Energieverlustmechanismus. Die Bragg'schen Regel zur Evaluierung des mittleren Ionisationspotentials gilt in all diesen Ansätzen.

$$N \ln I = N_1 \ln I_1 + N_2 \ln I_2 + \dots \quad (3.14)$$

$N_i$  ist Anzahldichte der Elektronen, und  $I_i$  das mittlere atomare Ionisationspotential pro Elektron des Elements  $i$ .



### 3.1.1 Elektronisches Bremsvermögen langsamer Ionen ( $v_1 < v_F \approx 25keV/u$ )

Gemäss den Einschränkungen der ersten theoretischen Ansätze wurden in den 70'er Jahren die theoretischen Arbeiten durch eine Unterscheidung bzgl. der Relativgeschwindigkeit zwischen einfallendem Ion und Targetelektron geleitet. Bei Geschwindigkeiten unterhalb der Fermi-Geschwindigkeit der Targetelektronen bewegt sich der Grossteil der Targetelektronen schneller als das einfallende Ion. Die Ionen sind bei diesen Energien nur schwach ionisiert. Die Berechnung des gesamten Energieverlustes muss alle Prozesse berücksichtigen die zu einer Ionisation sowie Anregung der Elektronen führen. Ferner muss die Abschirmung durch die kernnahen Elektronen berücksichtigt werden. Um zu verhindern, dass das Integral

$$\frac{dE}{dx} = N \int T^2 d\sigma \quad (3.15)$$

bei Berücksichtigung kleiner Energieüberträge  $T$ , das heißt großer Stoßparameter  $b$ , divergiert, wurden obere Grenzen für den Stoßparameter bei der Herleitung vorausgesetzt [Ahl80, Jamht]. Diese Limitierung auf kleine Stossparameter ist eine direkte Konsequenz des adiabatischen Theorems. In der zeitabhängigen Störungstheorie geht ein System, welches langsam im Vergleich zu seiner Relaxationszeit gestört wurde, in seinen ursprünglichen Zustand zurück. Bei der klassischen Herleitung nach Bohr sind die Elektronen durch die Coulombkraft an den Atomkern gebunden. Eine Anregung führt zu harmonischen Schwingungen welche durch die Periodendauer charakterisiert sind. Der Vergleich zwischen Schwingungsdauer der Elektronen und der Aufenthaltsdauer der anregenden Projektilionen führt zu einer Unterscheidung der Wechselwirkungsmechanismen. Das Elektron kann als frei angesehen werden sobald die Schwingungsdauer lang ist im Vergleich zur Dauer des Flugs. Bei einer kurzen Schwingungsdauer wird das Feld des sich vorbei bewegenden Ions als statisch angenommen, so dass bei einem Ionisationsprozess das herausgeschlagene Elektron im selben Bindungszustand wie vor dem Stoss landet (adiabatischer Prozess). Die Abbremsung wird somit nur durch schwach gebundene Elektronen verursacht. Firsov schlug ein semi-klassisches Modell zur Berechnung des Energieverlustes vor [Fir59]. Echenique, Nieminen und Ritchie hingegen berechneten aus der Dichtefunktionaltheorie den Energieverlust langsamer Teilchen in einem freien Elektronengas [ENR81]. Der Grossteil der Modelle, sowie experimentelle Daten, weisen auf eine lineare Abhängigkeit des Energieverlustes bzgl. der Geschwindigkeit des einfallenden Ions hin [ZBL85].

### 3.1.2 Elektronisches Bremsvermögen schneller Ionen ( $v_1 > 3v_F \approx 200keV/u$ )

Unter Annahme des "heavy-ion-scaling" ist es möglich den Energieverlust schwerer Projektile aus dem von Protonen zu ermitteln.

$$\frac{S_H(v_1, Z_2)}{S_H(v_2, Z_2)} = \frac{S_{HI}(v_1, Z_2)}{S_{HI}(v_2, Z_2)} \quad (3.16)$$

Diese Regel besagt, dass das elektronische Bremsen eines schweren Ions ( $S_{HI}$ ), bei zwei unterschiedlichen Geschwindigkeiten, direkt proportional ist zu dem von Protonen ( $S_H$ )

bei denselben Geschwindigkeiten im selben Material. Diese Regel ist in Geschwindigkeitsbereichen anwendbar in welchen sich die effektive Ladung des schweren Ions nur wenig ändert. Die "Scaling"-Regel kann durch die effektive Ladung, s. 3.3, ergänzt werden

$$S_{HI} = S_H(Z_{HI}^*)^2 = S_H Z_{HI}^2 \gamma^2 \quad \text{mit} \quad \gamma^2 = 1 - \exp[-v_1/(v_0 Z_1^{2/3})] \quad (3.17)$$

$Z_1$  ist die Kernladungszahl des Ions,  $v_1$  seine Geschwindigkeit welche mit der Bohr-Geschwindigkeit  $v_0$  verglichen wird.

### 3.1.3 Elektronisches Bremsvermögen mittelschneller Ionen ( $v_F < v_1 < 3v_F$ )

Für den Übergangsbereich - Energieverlust mittelschneller Ionen - lieferten Brandt und Kitagawa detaillierte Betrachtungen, die sich von den bisherigen in folgenden Punkten unterscheiden:

1. Für nahe Kollisionen (Elektronen penetrieren die elektronischen Schalen des Ions) steigt der Energieverlust, da der Kern daraufhin eine geringere Abschirmung besitzt.
2. Die effektive Ladung des Ions wird durch seinen Ladungszustand, sowie die erhöhte Wechselwirkung bei nahen Kollisionen beschrieben.

Für Ionen, mit Geschwindigkeiten im Bereich der Fermi-Geschwindigkeit der Elektronen in einem Festkörper dominiert der Energieverlust, der durch Leitungsbandelektronen verursacht wird. Auf der Basis von Brandts und Kitagawas Modell, konnten Ziegler, Biersack und Littmark den Ionisationsgrad des Ions auf dessen Geschwindigkeit zurückführen. ([BK82, SB82, KVB81, YRB77]) Kennt man den effektiven Ladungszustand, so lässt sich die Ladungsdichte des Ions bestimmen.

$$\rho(r) = \frac{N}{4\pi\Lambda^3} \frac{\Lambda}{r} \exp(-r/\Lambda) \quad (3.18)$$

$N$  ist die Anzahl der noch verbliebenen Elektronen des Ions  $Z_1$ . Die Abschirmlänge  $\Lambda$  beschreibt die Veränderungen der elektronischen Verteilung bzgl. des Ionisationsgrades und kann aus den Variationsbedingungen

$$\frac{\partial E}{\partial \Lambda} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial E}{\partial N} \Big|_{N=Z_1} = 0 \quad (3.19)$$

bestimmt werden. Der erste Term besagt, dass  $\Lambda$  die minimale Energiekonfiguration zu jedem  $N$  definiert. Der zweite Term sagt aus, dass das neutrale Atom die geringste Energie besitzt, unabhängig davon in welchem Ionisationsgrad man sich befindet. In diesem Geschwindigkeitsregime werden zwei Fälle unterschieden:

1. Besitzt das einfallende Ion eine höhere Geschwindigkeit als die Fermigeschwindigkeit der Elektronen des Targetmediums, lässt sich der Energieverlust gemäss den vorherigen Betrachtungen skalieren.

2. Ist hingegen die Geschwindigkeit des Ions geringer als die der Targetelektronen, so können die Elektronen in den Kern-nahen Orbitalen nicht angeregt werden, so dass der Energieverlust zum Grossteil von Kollisionen mit den Leitungsbandelektronen herrührt.

Dies führt zu den Relativgeschwindigkeiten zwischen einfallendem Ion und Targetelektronen:

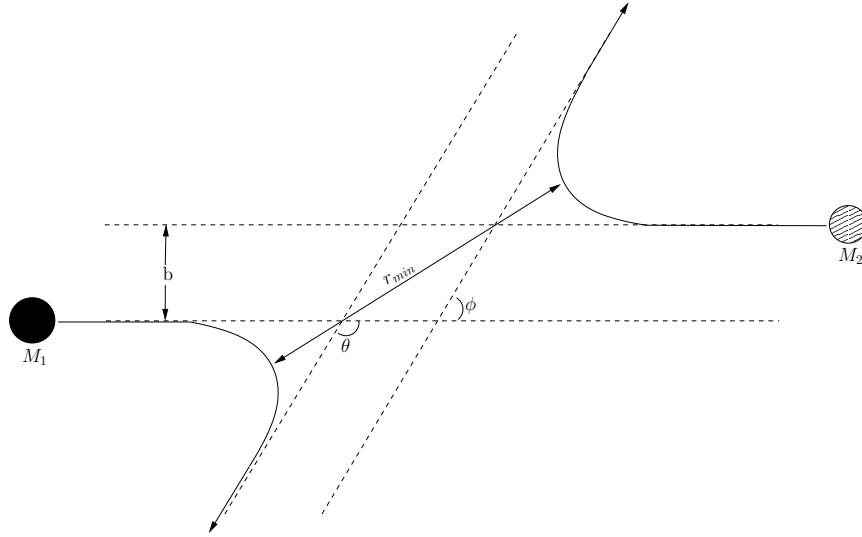
$$v_r = \begin{cases} v_1(1 + \frac{v_F^2}{5v_1^2}) & \text{für } v_1 \geq v_F \\ \frac{3v_F}{4}(1 + \frac{2v_1^2}{3v_F^2} - \frac{1}{15}(\frac{v_1}{v_F})^4) & \text{für } v_1 < v_F \end{cases} \quad (3.20)$$

Somit folgt der elektronische Energieverlust für Ionen mit Kernladung  $Z$  durch Skalieren des Energieverlustes für Protonen gemäss folgendem Schema:

$v_r = \langle  \vec{v}_1 - \vec{v}_e  \rangle$	Bestimmen der Relativgeschwindigkeit zw. einfallendem Ion $v_1$ und den Leitungselektronen des Targetmediums $v_e$
$y_r(v_r) = \frac{v_r}{v_0 Z_1^{2/3}}$	Effektive Ionengeschwindigkeit bestimmen
$q(y_r) = 1 - \exp[0.803y_r^{0.3} - 1.3167y_r^{0.6} - 0.38157y_r - 0.008983y_r^2]$	“Fractional Ionization” bestimmen
$\Lambda(q) = \frac{2a_0(1-q)^{2/3}}{Z_1^{2/3}[1-\frac{1-q}{\tau}]}$	Abschirmlänge bestimmen
$\gamma(q, \Lambda) = q + (1 - q)\frac{(v_0/v_f)^2}{2} \ln[1 + (2\Lambda v_f/a_0 v_0)^2]$	Effektive Ladung bestimmen
“Heavy Ion Scaling”	

### 3.2 Nuklearer Energieverlust

Bei hohen Energien hat die Coulombstreuung an den Atomkernen wenig Einfluss auf den Energieverlust, im Niederenergetischen dominiert sie dagegen. Während des Abbremsprozesses lagern sich mehr und mehr Elektronen an das vorbeifliegende Ion an, bis diese es schließlich neutralisieren. Ferner führt der Dichte-Effekt des Absorbers bei Festkörpern zu höheren Ladungszuständen als bei Gasen. Der klassische Energieübertrag zwischen einem bewegten und einem stationären Teilchen ist von der Masse und der Ladung beider Teilchen, sowie der kinetischen Energie des Projektils abhängig. Betrachtet man stattdessen die elastische Streuung zweier Atome, so wird die Situation durch die vorhandenen Elektronen komplizierter. Die elektrische Abschirmung der Kerne führt unweigerlich zu abgeschirmten Coulomb Kollisionen. Aufgrund der universellen Anwendbarkeit werden häufig statistische Modelle, bei interatomaren Wechselwirkungen, zur Berechnung der Kernabbremung verwendet. Die verwendeten Potentiale können oftmals durch einen Coulombterm ( $1/r$ ) und einer Abschirmfunktion  $\Phi$ , dargestellt werden. Der positiv geladene Kern sorgt hierbei für den Coulombterm. Dieser wird durch die Abschirmung der Elektronenwolke für alle Radien verringert. Somit ergibt sich als Ansatz für ein atomares Potential:

Abbildung 3.1.: Streuung im CMS System mit Stossparameter  $b$ .

$$V(r) = Ze \frac{\Phi}{r} \quad (3.21)$$

Eine sehr häufig verwendete Abschirmfunktion  $\Phi$  ist die von Ziegler, Biersack und Littmark [ZBL85]. Ausgehend von Potentialen für freie Atome (Thomas-Fermi, Bohr, Lenz-Jensen) wurde hierbei ein universelles Abschirmpotential abgeleitet. Sie wählten willkürlich irgendwelche Paare, deren interatomare Abschirmfunktion (abhängig von der reduzierten radialen Separation  $x = x(r, Z)$ ) sie bestimmten, um sie anschließend durch eine Reihe von vier Exponentialfunktionen, zu beschreiben.

$$\Phi(x) = 0.1818e^{-3.2x} + 0.5099e^{-0.9423x} + 0.2802e^{-0.4029x} + 0.02817e^{-0.2016x} \quad (3.22)$$

$$x = \frac{r_{12}}{a_U} \quad (3.23)$$

$$a_U = \frac{0.8854a_0}{Z_1^{0.23} + Z_2^{0.23}} \quad \text{mit} \quad (3.24)$$

$$a_0 = 0.529 \cdot 10^{-8} \text{ cm} \quad \text{:Bohrradius} \quad (3.25)$$

und für  $x = 0$ ,  $\Phi = 1$  ist. [Fer40]. Dadurch konnten sie eine Standardabweichung von 5% zwischen ihrer Simulation und dem Experiment erreichen. Der Energieverlust eines Ions ist direkt proportional zum nuklearen Energieverlust,  $S_n(E)$ , und der atomaren Dichte des Targetmaterials  $N$ .

$$\left( \frac{dE}{dx} \right)_n = NS_n(E) \quad (3.26)$$

Das nukleare Abbremsvermögen,  $S_n(E_0)$ , ist der mittlere Energieübertrag summiert über alle Stossparameter  $b = p/a$ .

$$S_n(E_0) = \int_0^\infty E_{kin} d\sigma \quad (3.27)$$

$$= \int_0^\infty E_{kin}(E_0, b) 2\pi b db \quad (3.28)$$

$$= 2\pi\gamma E_0 \int_0^{b_{max}} \sin^2 \frac{\theta}{2} b db \quad (3.29)$$

Hierbei ist:

$$\gamma \equiv \frac{4M_1 M_2}{(M_1 + M_2)^2} \quad \text{und} \quad (3.30)$$

$$\theta = \pi - 2 \int_{x_0}^\infty \frac{b dx}{x^2 [1 - \frac{\phi(x)}{x\epsilon} - (\frac{b}{x})^2]} \quad \text{wobei} \quad (3.31)$$

$$\epsilon = \frac{a_U M_2 E_0}{Z_1 Z_2 e^2 (M_1 + M_2)} \quad (3.32)$$

wobei  $b_{max}$  die Summe der beiden atomaren Radii ist. Oberhalb von  $b_{max}$  fällt das interatomare Potential sowie  $E_{kin}$  auf 0. In Simulationen ist es daher möglich, durch die Wahl eines geeigneten Stossparameters auf den nuklearen Energieverlust zu schließen [LNS68, WHB77].

## 4 Detektor Simulation mit SRIM

TRIM ist ein Monte-Carlo-Computerprogramm, das von Biersack, Ziegler und Littmark 1983 entwickelt wurde, um den Energieverlust, die Energieverluststreuung, sowie die Reichweite von Schwerionen im Energiebereich  $0 \leq E_{Kin} \leq 2\text{GeV}/u$  in den verschiedensten Materialien zu beschreiben. Es basiert auf einer statistischen Beschreibung einzelner, unabhängiger Stossprozesse unter Verwendung einer quantenmechanischen Beschreibung von Ion-Atom Kollisionen. Die Kollisionen selber stellen abgeschirmte Colulombkollisionen dar unter Berücksichtigung von Austausch- oder Korrelationswechselwirkungen zwischen überlappenden Elektronenschalen. Die Anteile am Energieverlust werden als unabhängig angesehen und separat voneinander berechnet (s. auch [ZBL85]). Das Target

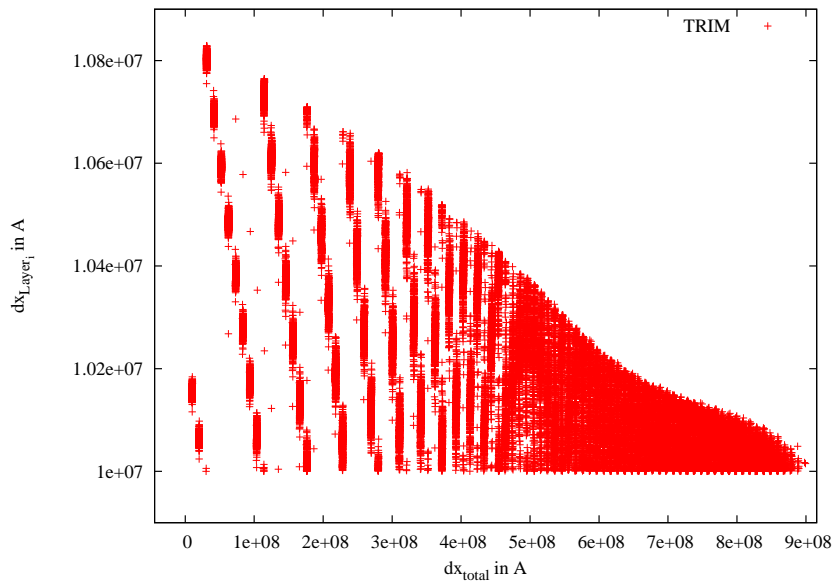
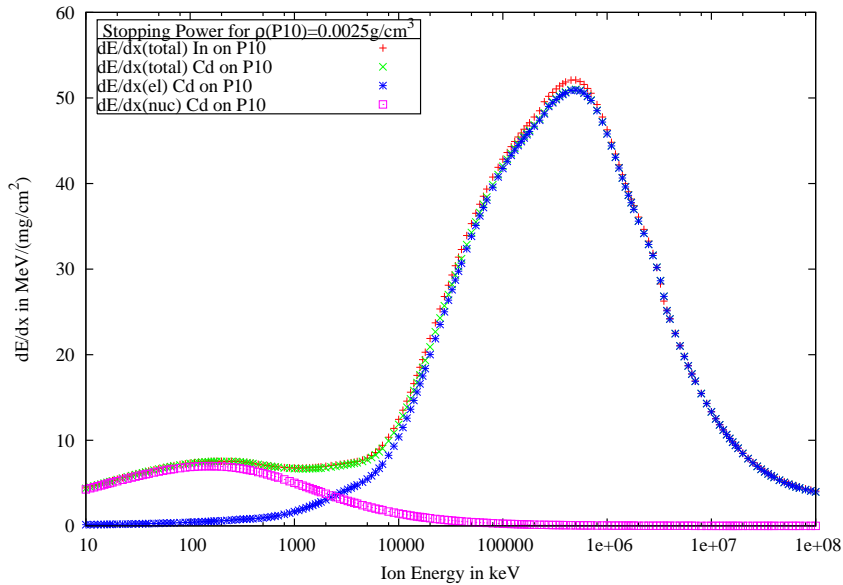


Abbildung 4.1.: Simulation mit TRIM zur Veranschaulichung der Berechnungsmethode. Dazu wurden 500  $^{58}\text{Ni}$  Ionen mit einer Einschussenergie von  $E_0 = 134.96\text{MeV}$  in ein  $8\text{cm}$  Volumen mit P10 Gas der Dichte  $0.00069735\text{g}/\text{cm}^3$  geschossen. Die definierte Schrittweite der Rechnung betrug  $d_{Layer} = 1\text{mm}$ .

wird als amorph angenommen mit den Atomen an beliebigen Positionen. Relativistische Effekte, sowie nukleare Reaktionen werden bei SRIM nicht berücksichtigt. Für hochener-

getische Ionen wurde aus Effizienzgründen eine energieabhängige mittlere freie Weglänge eingeführt, so dass bei höheren Energien die Schrittweite größer ist als bei niedrigeren. Abb. 4.1 soll dieses Verhalten veranschaulichen. Die Ionen treten mit einer relativ hohen Energie  $E_0 = 134\text{MeV}$  in das Target ein und durchlaufen nun die erste Schicht von 1mm. Die Berechnung der Kollision erfolgt stets am Ende einer Schicht. Da die mittlere freie Weglänge bei höheren Energien groß ist, kann die letzte Wechselwirkung im betrachteten Intervall noch relativ weit vor der Grenze der Schicht stattfinden. In der nächsten Schicht haben die Ionen eine geringere Energie, was identisch mit einer geringeren Weglänge ist. So findet die letzte Kollision etwas weiter vor 1mm statt. Sukzessive werden nun Schichten aneinandergereiht, bis die nächste Wechselwirkung der Ionen einen Sprung über die Grenze der 1mm vordefinierten Schicht, vollführen. Dieser Sprung ist auf das Zusammenspiel zwischen äquidistanten Layerbins, Kollisionen am Ende der Schicht, sowie der energieabhängigen freien Weglänge, zurückzuführen.

Abb. 4.2 zeigt den nuklearen und elektronischen Energieverlust von  $^{122}\text{Cd}$ , sowie den totalen von  $^{122}\text{In}$  in P10, gegenüber der Einschussenergie. Bei geringen Energien domi-



Abbildungung 4.2.: “Stopping power” für  $^{122}\text{Cd}$  und  $^{122}\text{In}$  in P10 mit einer Dichte von  $\rho = 0.0025\text{g/cm}^3$  ( $\sim 2\text{Atm}$ ) als Funktion der Einschussenergie für  $10\text{keV} \leq E_0 \leq 100\text{GeV}$ . Ferner sind für  $^{122}\text{Cd}$  der elektronische sowie nukleare Anteil separat eingezeichnet.

niert der nukleare Anteil, wohingegen bei höheren Energien der elektronische, an Bedeutung gewinnt. Zur Berechnung des nuklearen Anteils haben Ziegler, Biersack und Littmark ein vereinfachtes Modell zum Würfeln der Stöße entwickelt. Diese, von den Autoren genannte “Magic Formula”, ermöglicht es durch Würfeln eines Stoßparameters  $b$ , sowie unter Verwendung des universellen Potentials  $\phi(R)$  den Ablenkwinkel  $\theta$  zu be-

stimmen.

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{B + R_C + \Delta}{R_0 + R_C} \quad (4.1)$$

Mit den Ersetzungen (s. auch Abb. 4.3)

$$B = p/a_U$$

$$R_0 = r_0/a_U$$

$$R_C = \rho/a_U$$

$$\Delta = \delta/a_U$$

Reduzierter Stossparameter

Reduzierte minimale Entfernung

Summe der reduzierten

Krümmungsradien der Trajektorien

bei minimaler Entfernung

Reduzierte Korrekturterme

und der universellen Abschirmlänge  $a_U$  erhält man  $\theta$ , was wiederum den Energieübertrag auf ein Targetatom liefert (s. Formel 4.8). Der Azimuthalwinkel  $\phi = 2\pi R$  der Ablenkung ist gleichverteilt und wird durch eine weitere Zufallszahl  $0 \leq R \leq 1$  berechnet.

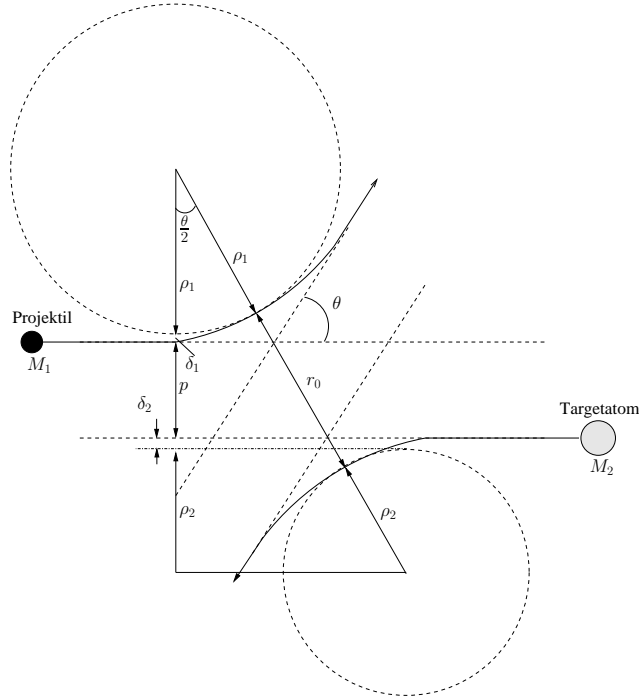


Abbildung 4.3.: Geometrische Interpretation der "Magic Formula" zur Berechnung des nuklearen Energieverlusts bei Streuung zweier Kerne mit einem Stossparameter  $p$ .

#### 4.1 Durchführung

TRIM besitzt zwei Inputdateien, die den Verlauf der Simulation steuern. Die eine definiert das Target und die andere die Projektile. Das Target wird in 100 äquidistante



Bins aufgeteilt, so dass die Simulationen schichtweise durchgeführt werden. Die Outputdateien können nach einer einfachen Umwandlung wieder als Inputdateien verwendet werden. Im weiteren Verlauf der Simulationen wurden die transmittierten Ionen nach Durchlaufen einer Targetschicht so oft durch die gleich dicken Schicht geschickt bis sie gestoppt wurden. Jedes Ion wurde daraufhin durch die einzelnen Schichten verfolgt und der Energieverlust, sowie deren momentane Eindringtiefe ermittelt. Um die amorphe Struktur des Targets zu erhalten wurde der “random seed” sukzessive um eins erhöht. Abb. 4.4 zeigt die Flugbahnen für 500 simulierte Ereignisse von  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  Atomen in P10 (P=500mbar) bei einer Einschussenergie von 134.958 MeV bzw. von 136.367 MeV.

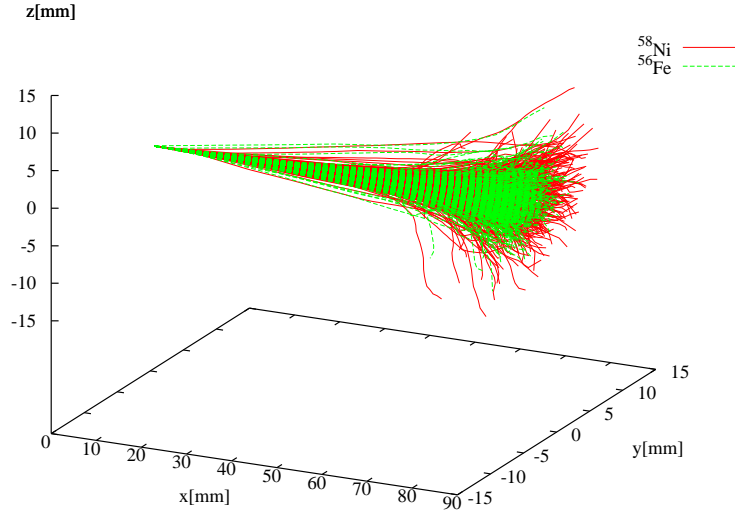


Abbildung 4.4.: Simulation der Flugbahnen für 500 Ereignisse von  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  Atomen in P10 (P=500mbar) bei einer Einschussenergie von 134.958 MeV bzw. 136.367 MeV.

## 4.2 Energieverlust mittelschwerer Kerne

Abb. 4.5 zeigt die Bragg-Kurven für  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  Atomen für jeweils 500 Teilchen überlagert. Eindeutig zu sehen ist die Streuung um einen mittleren Energieverlust. Abb. 4.6 zeigt die gemittelten Bragg-Kurven für dieselben  $^{58}\text{Ni}$ - und  $^{56}\text{Fe}$ -Ereignisse bei einer Einschussenergie von  $E_0 = 2.84\text{MeV}/u$ . In Abb. 4.6 erkennt man sehr schön, in welchen Größen sich die Energieverlustkurven für  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  unterscheiden. Im Falle von Ni und Fe ist einerseits die Lage des Bragg-Peaks, andererseits die Reichweite für diese beiden Isotope unterschiedlich. Die Fläche unter der Kurve entspricht  $E_{total}$ . Die Höhe am Eintritt hängt nur von  $Z$  und der Anfangsgeschwindigkeit  $\beta_0 = v_0/c$  ab. Die Reichweite ist eine Funktion von  $Z$  und  $E_{total}$ . Damit lassen sich Massen und Kernladungen aus dem räumlichen Verlauf der Kurven extrahieren.

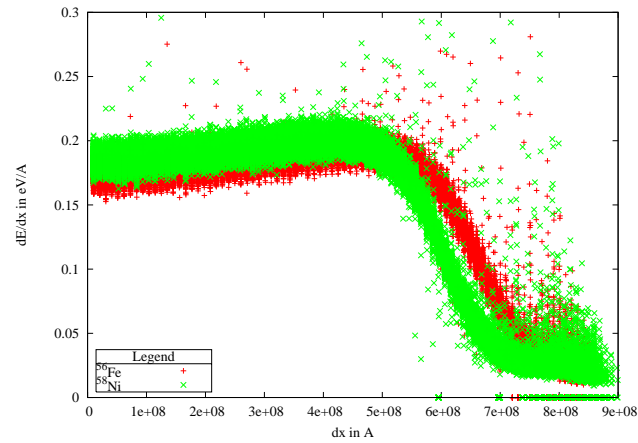


Abbildung 4.5.: Simulation der Braggkurven für 500 Ereignisse  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  in P10 ( $P=500\text{mbar}$ ) bei einer Einschussenergie von 134.958 MeV bzw. 136.367 MeV.

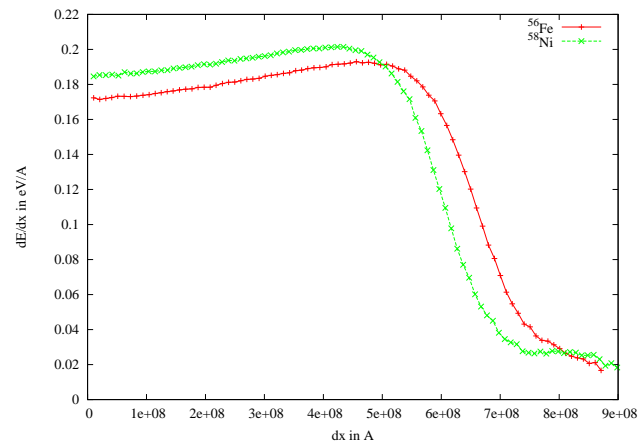


Abbildung 4.6.: Mittelt man die Kurven aus Abb. 4.5 so ist die Trennung sehr klar zu sehen.

### 4.3 Energieverlust schwerer Kerne

Abb. 4.7 und 4.8 zeigen zum Vergleich die Bragg-Kurven für  $^{122}\text{Cd}$  und  $^{122}\text{In}$  sowie  $^{70}\text{Ga}$  und  $^{70}\text{Zn}$  bei einer Einschussenergie von  $E_0 = 2.84\text{MeV/u}$ . Je schwerer die Ionen werden desto geringer sind die Unterschiede in den Kurven bei jeweils konstanter Einschussgeschwindigkeit. Bei  $^{122}\text{Cd}$  und  $^{122}\text{In}$  befindet man sich bei diesen Energien schon weit hinter dem Bragg-Peak-Maximum.

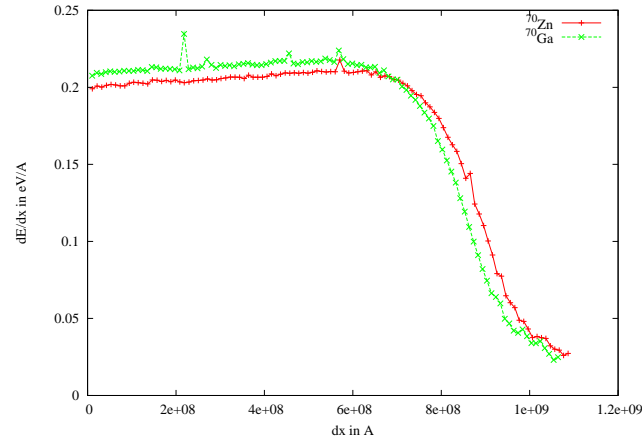


Abbildung 4.7.: Gemittelte Bragg-Kurven aus 100 simulierten Ereignissen für  $^{70}\text{Zn}$  und  $^{70}\text{Ga}$  in P10 ( $P=500\text{mbar}$ ) bei einer Einschussenergie von 2.84 MeV/u.

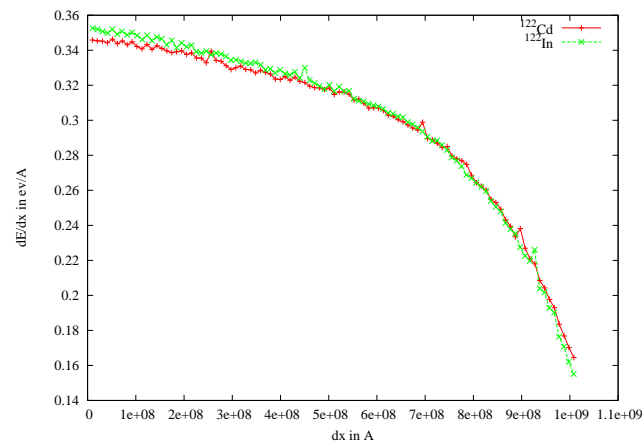


Abbildung 4.8.: Gemittelte Bragg-Kurven aus 100 simulierten Ereignissen für  $^{122}\text{Cd}$  und  $^{122}\text{In}$  in P10 ( $P=500\text{mbar}$ ) bei einer Einschussenergie von 2.84 MeV/u.

#### 4.4 Energieverluststreuung

Wie bereits am Beispiel der Landauverteilung erläutert, ist der zentrale Grenzwertsatz die Grundlage der Berechnung der Energieverluststreuung. Unter der Annahme, dass das Kollisionsspektrum durch das eines freien Elektrons approximiert werden könnte, leitete Bohr, aus einer Transposition des Rutherford'schen Wirkungsquerschnitt, einen Ausdruck für die Energieverluststreuung als Funktion der Eindringtiefe  $x$  ab. Mit der Elektronenzahldichte  $N$  ergibt sich

$$\sigma_B = 4\pi N Z_1^2 e^4 Z_2 x. \quad (4.2)$$

Folgende Voraussetzungen leiteten ihn bei der Herleitung:

1. Das Target besitzt keine ausgewiesene Orientierung.
2. Der Energieverlust muss wesentlich kleiner als die Einschussenergie sein.
3. Die Projektilgeschwindigkeit ist wesentlich größer als die Orbitalgeschwindigkeiten der Targetelektronen.
4. Es gibt keine Korrelationen zwischen den gestreuten Atomen.
5. Es gibt keine Streuung aufgrund einer Variation der Einschussenergie.
6. Es gibt keine Streuung aufgrund nuklearer Kollisionen.
7. Die Ladung des Projektils ist konstant.

Durch Ersetzen des Rutherford'schen Wirkungsquerschnitt mit dem Mott'schen Wirkungsquerschnitt in erster Born'scher Näherung lässt sich Bohr's Gleichung auf relativistische Bereiche erweitern.

$$\sigma = \sigma_B^2 (1 - 1/2\beta^2) / (1 - \beta^2) \quad (4.3)$$

Bonderup und Hvelplund befassten sich Anfang der 70'er Jahre mit dem niederenergetischen Bereich und fanden eine lineare Abhängigkeit der Energieverluststreuung im Bezug zur Energie [BH71]:

$$\sigma_{BH} = \sigma_B^2 \frac{1}{(1 + 13\chi^2)^{1/2}} \left(\frac{v^2}{v_F^2}\right)^2 \quad \text{mit} \quad (4.4)$$

$$\chi^2 = e^2 / \pi \hbar v_F \quad (4.5)$$

Hierbei ist  $v_F$  die Fermigeschwindigkeit der Targetelektronen. Bei geringen Energien ist das elektronische Reichweiten-"Stragglings"  $Q_e$  ungefähr proportional zur Energie, um schließlich einem konstanten Wert bei höheren Energien entgegenzustreben (der Bohrschen Streuung)[Boh48, BH71]. Mit  $\beta = v/c$  wählt TRIM stets das Minimum aus:

$$Q_e = \text{MIN} \left\{ \begin{array}{l} 4\pi Z_1^2 e^4 Z_2 N (\beta^{-2} - 0.5) / (\beta^{-2} - 1) \\ 3.2 (keV)^{-1} (Z_1 + Z_2)^{8/3} E_0 / M_1 \end{array} \right. \quad (4.6)$$

Die nukleare Energieverluststreuung  $Q_n$  wurde durch analytische Fits ermittelt [ZBL85]

$$Q_n = \int_0^\infty T^2 d\sigma, \quad (4.7)$$

wobei der Energieübertrag

$$T = \frac{4M_1M_2}{(M_1 + M_2)^2} E_0 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4.8)$$

und ergibt sich zu

$$Q_n = \gamma \cdot W_n(\epsilon) \quad \text{mit} \quad (4.9)$$

$$W_n = \frac{1}{4 + 0.197\epsilon^{-1.6991} + 6.584\epsilon^{-1.0494}} \quad \text{und} \quad (4.10)$$

$$\epsilon = \frac{32.53M_2E_0}{Z_1Z_2(M_1 + M_2)(Z_1^{0.23} + Z_2^{0.23})} \quad (4.11)$$

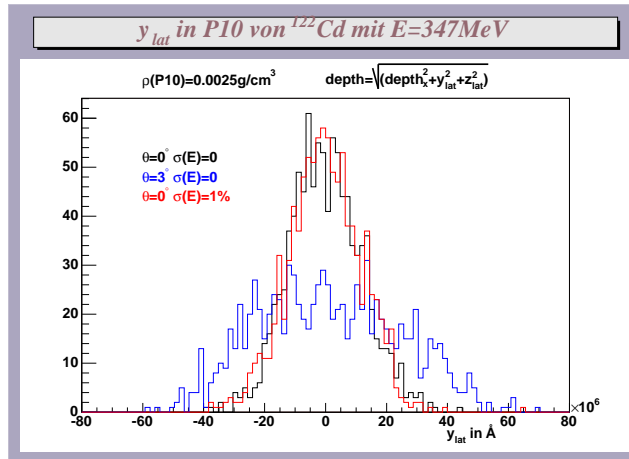


Abbildung 4.9.: Verteilung der y-Lateralpositionen von  $^{122}\text{Cd}$  Atomen mit einer Eingangsenergie von 347MeV nach Durchqueren einer 2cm dicken P10-Schicht bei unterschiedlichen Eingangssituationen,  $\theta$  ist die Strahlaufweitung und  $\sigma(E)$  die Energieverteilung.

Zu hohen Energien hin verhält sich  $Q_n$  ähnlich wie das elektronische “Stragglings” und nähert sich einem konstanten Wert. Wenn elektronische und nukleare Kollisionen als unabhängige Ereignisse betrachtet werden können und die Rutherfordstreuung zur Beschreibung verwendet wird so stehen die nukleare Energieverluststreuung  $\sigma_n^2$  und die elektronische  $\sigma_e^2$  gemäss

$$\sigma_n^2 / \sigma_e^2 = (M_1 / M_1 + M_2)^2 Z_2 \quad (4.12)$$

in Beziehung zueinander [Ahl80]. Hierbei sind  $M_1$  und  $M_2$  die Massenzahlen des Projektils bzw. Targetatoms.

## 5 Bragg Kammer

In einer Ionisationskammer mit einem zur Einfallsrichtung der Ionen parallelen elektrischen Feld besitzt der zeitabhängige Anodenpuls sämtliche Informationen über die Energie, Kernladung und Masse des ionisierenden Teilchens. Der zeitliche Verlauf des Anodensignals ist bei konstanter Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger ein lineares Abbild der räumlichen Ionisationsdichte und damit der in Abb. 4.5-4.8 gezeigten Kurven. Durch eine geeignete Analyse der Pulsform lassen sich die verschiedenen Messgrößen separieren. Die spezifische Ionisation um den Bragg-Peak ist sensitiv, bzgl. der Kernladung, während die totale Ionisationsladung proportional zur Energie des ionisierenden Teilchens ist. Da nur ein Kanal ausgelesen werden muss, nämlich die Anode, ist die Elektronik sehr bedienungsfreundlich. Als ein Weiteres ermöglicht die kompakte Bauform einen Einsatz in räumlich beschränkten Versuchsanordnungen. Durch einen kleinen Öffnungswinkel, sowie eine dünne Eintrittsfolie, lassen sich Streueffekte minimieren. Alle entsprechenden Details zu Braggkammern wurden bereits in [B<sup>+</sup>05, F<sup>+</sup>91, T<sup>+</sup>97, S<sup>+</sup>01, S<sup>+</sup>00, O<sup>+</sup>87, O<sup>+</sup>89, OR89] ausführlich diskutiert.

### 5.1 Das Driftvolumen

Das Driftvolumen wird von 16 äquidistanten Potentialplatten im Abstand  $d_{PP} = 5mm$  mit einem offenen Durchmesser von 28mm umsäumt. Diese erzeugen ein homogenes Driftfeld innerhalb des Driftvolumens (Abbn. 5.1, 5.2, 5.3 und 5.4) und sind über eine Spannungsteilerkette miteinander verbunden. Um die Randeffekte zu minimieren wurden die Potentialplatten so ausgedreht, dass die Wandstärke sich von 2cm am Rand auf 0.5cm nach innen verjüngt. Dies hat zur Folge dass die, durch Kanten und endliche Ausdehnungen verursachten Inhomogenitäten im Feld klein werden.

Abb. 5.1 zeigt den Verlauf der Äquipotentiallinien im Driftvolumen. Die annähernd parallelen Linien in radialer Richtung weisen eine sehr homogene Struktur auf. Abbn. 5.2 und 5.3 zeigen das zu erwartende E-Feld in einem 2-d Schnitt. Gut zu sehen sind die, durch die Potentialplatten verursachten Strukturen (Oszillationen) in axialer Richtung nach außen. Innerhalb des Driftvolumens ist das E-Feld äußerst homogen. In Abb. 5.4 ist die Differenz der zu erwartenden Felder im Falle sich verjüngender und nicht verjüngender Potentialplatten zu sehen. Auch hier ist die Zunahme der Inhomogenitäten nach außen eindeutig sichtbar. Durch das Konstruktionsprinzip (Abstandsringe + Potentialplatten) lässt sich problemlos das Driftvolumen verlängern und den vorliegenden Bedürfnissen anpassen. Der Abgriff an der Widerstandskette muss daraufhin lediglich mit der Anzahl der verwendeten Potentialplatten abgeglichen werden.

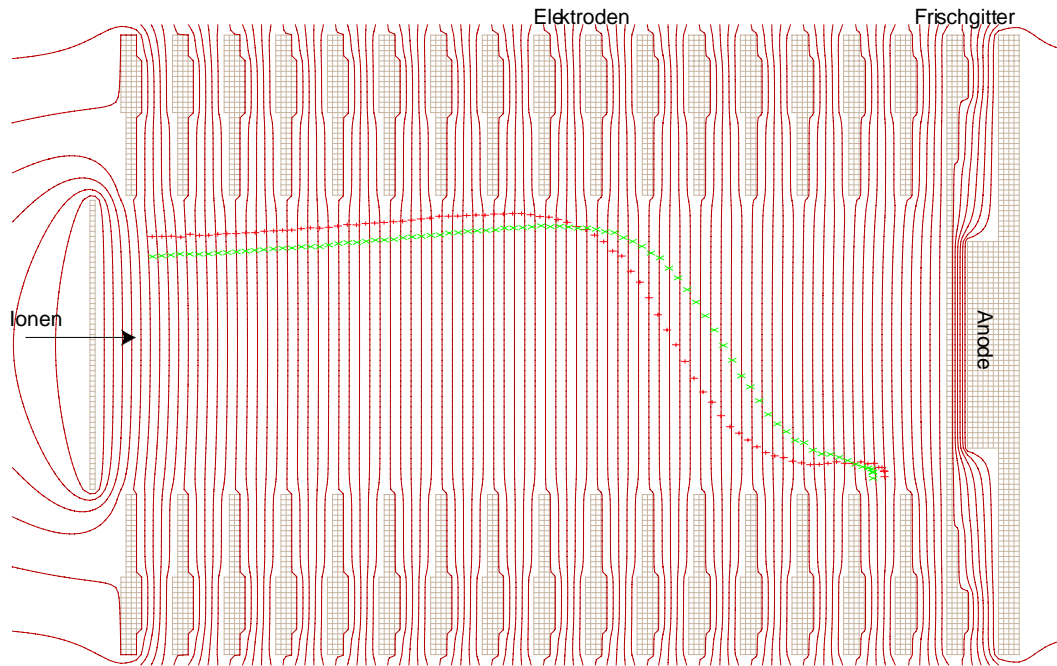


Abbildung 5.1.: Potentiale  $\phi$  innerhalb des Braggdetektors berechnet mit SIMION. Entlang einer Linie ist das Potential konstant. Das Feld zwischen Eintrittsfolie und FG beträgt  $11\text{V/cm}$  und zwischen FG und Anode  $500\text{V/cm}$ . Der Abstand zweier Linien beträgt  $\Delta U = 8\text{V}$  [SIM06].

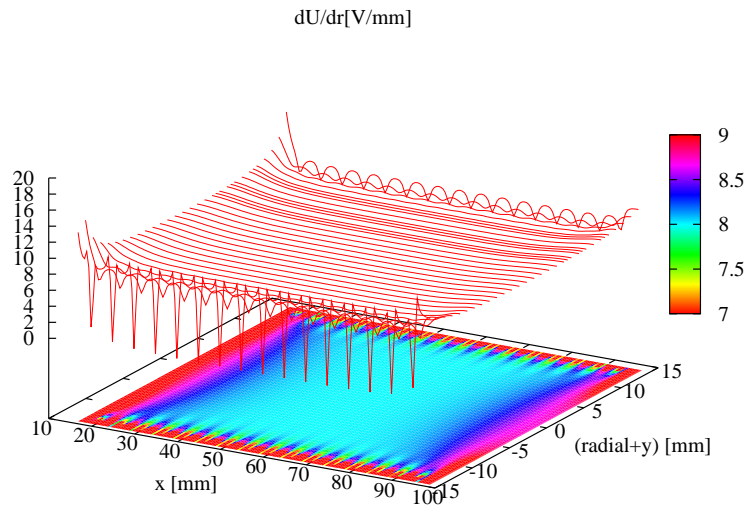


Abbildung 5.2.: SIMION Simulation der Gradienten der Potentiale innerhalb des Braggdetektors in axialer Richtung bei nicht abgefrästen Potentialplatten [SIM06].

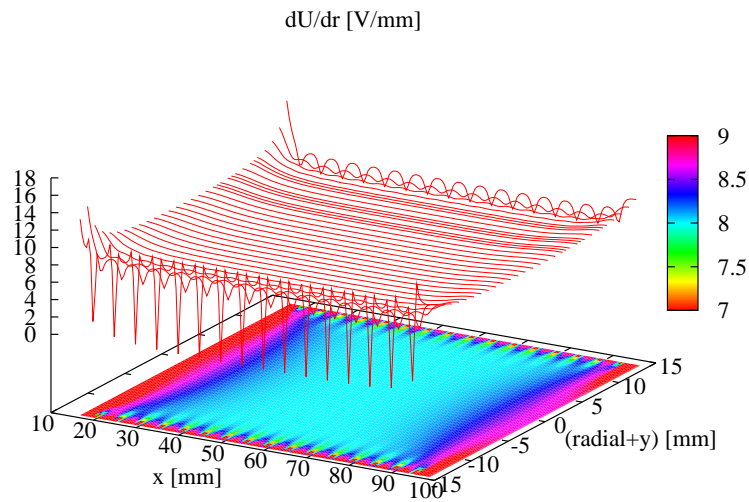


Abbildung 5.3.: SIMION Simulation der Gradienten der Potentiale innerhalb des Braggdetektors in axialer Richtung bei abgefrästen Potentialplatten [SIM06].

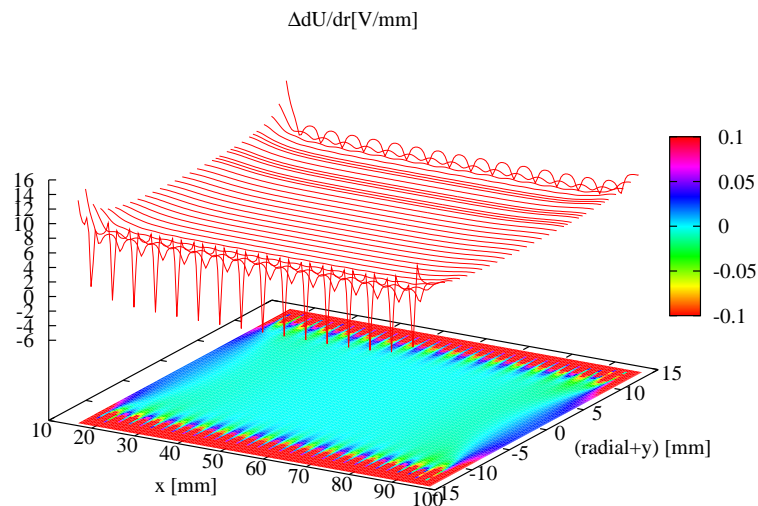


Abbildung 5.4.: SIMION Simulation: Differenz der Gradienten  $\Delta dU/dr = (dU/dr)_1 - (dU/dr)_2$  der Potentiale innerhalb des Braggdetektors in axialer Richtung bei abgefrästen ( $(dU/dr)_2$ ) und nicht abgefrästen ( $(dU/dr)_1$ ) Potentialplatten [SIM06].



## 5.2 Eintrittsfolie und Strahlabschwächung

Um den Gasraum des Detektors vom Vakuum der Experimentierkammer zu trennen, ist eine gasdichte Druckfolie nötig. Das Eintrittsfenster besteht aus einer beidseitig aluminisierten Mylarfolie mit einer Dicke  $d_{Mylar} = 1.5\mu m$ , die auf Masse liegt. Besonders wichtig ist, dass die Folie sehr dünn ist, um Energieverluststreuung zu vermeiden, aber auch dass sie sehr plan ist, da sie die erste Potentialebene im Driftvolumen definiert. Da für die Anwendung im Primärstrahl ein Strahlabschwächer verwendet werden muss konnte das Stützgitter, das die Ebene der Folie definiert, sehr massiv ausgeführt werden. Der Abschwächer besteht aus 0.8mm großen Bohrungen in einer 1mm dicken Kupferscheibe, welche in einer möglichst kompakten Form (Kugelpackung) aneinandergereiht wurden. Abb. 5.5 zeigt schematisch, wie mit Hilfe der optischen Abbildungseigenschaften der aluminisierten Mylarfolie, unter Annahme einer sphärischen Krümmung, der Krümmungsradius der Mylarfolie ermittelt wurde. Mittels eines Lasers wurde paralleles Licht eingestrahlt und aus der Größe des Spiegelbildes der Krümmungsradius der Folie bestimmt. Mit

$$d = 0.8mm \quad (5.1)$$

$$b = 90mm \quad (5.2)$$

$$g = 55mm \quad (5.3)$$

und den Bestimmungsgleichungen

$$\frac{f}{b-f} = \frac{d}{g} \quad (5.4)$$

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + (r-x)^2 = r^2 \quad (5.5)$$

ergibt sich eine Einsenkung der Folie von  $x = 0.03mm$ .

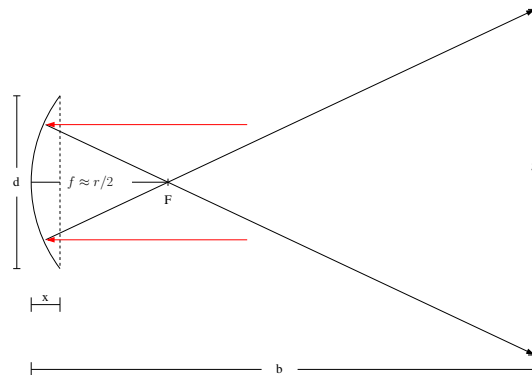


Abbildung 5.5.: Bestimmung des Krümmungsradius der aluminisierten Mylarfolie mit Hilfe eines Lasers. Die auf die Folie auftreffenden parallelen Lichtstrahlen bilden die Krümmung in einer Entfernung  $b$  ab.

### 5.3 Frischgitter

Die Elektronen aus dem Ionisationsprozess driften mit hohen Geschwindigkeiten (ca.  $6\text{cm}/\mu\text{s}$  s. Abb. 2.2) zur Anode (s. auch Anhang B). Die positiven Ionen, welche eine ungefähr 1000 mal kleinere Mobilität besitzen als die Elektronen, influenzieren an der Anode eine Ladung mit entgegengesetztem Vorzeichen. Die induzierte Ladung ist hierbei abhängig von der Orientierung der Spur innerhalb der Kammer. Zunächst würden beide Ladungsträger ein, zu ihrer Driftgeschwindigkeit proportionales, Stromsignal an der Anode induzieren. Die räumliche Information könnte nur durch das Abklingen des Signals am Ende, wenn die Ladungsträger absorbiert werden, teilweise rekonstruiert werden. Um das schnelle Elektronensignal von dem langsamen der Ionen (ca.  $10^{-3}\text{cm}/\mu\text{s}$ ) zu trennen, und die Zeiten der eintreffenden Ladungen an der Anode unabhängig von der gesamten Ionisationsspur zugänglich zu machen, wird ein Frischgitter verwendet [BCH49]. In einer solchen 3-Elektroden Kammer sind die Elektronenpulse annähernd proportional zur Ionisation in der Spur. Das Gitter G wird im Abstand  $d = 1\text{mm}$  vor der Anode platziert, um eine Zeitauflösung von  $d/v = \tau = 20\text{ns}$  zu erreichen. Die Ladungsträger werden innerhalb des Bereichs zwischen A und G durch Ionisation eines Teilchens erzeugt. Das

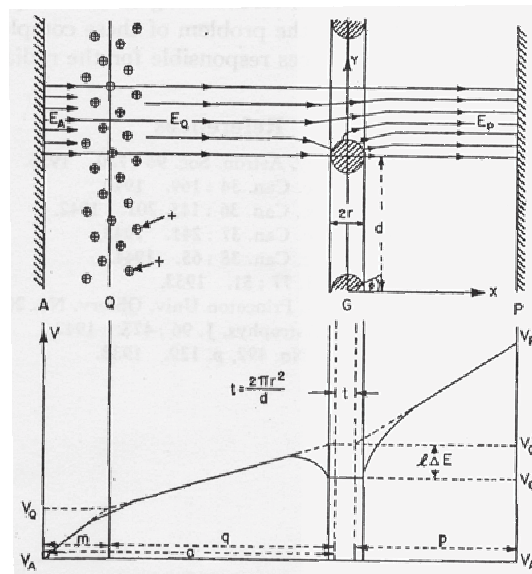


Abbildung 5.6.: Feld und Potential einer Ionisationskammer mit Frischgitter. Positive Ionen und Elektronen bei Q werden in der Nähe der Kathode A produziert. Ein Gitter G paralleler Drähte schirmt die Anode P vom induzierten Effekt der positiven Ionen ab [BCH49].

Verhältnis des Drahtdurchmessers zum Abstand zwischen Anode und Frischgitter be-

stimmt die Effizienz der Gitterabschirmung. Die Ineffizienz der Abschirmung des Gitters geben Bunemann et. al [BCH49] mit

$$\sigma = \frac{dE_P}{dE_Q} = \frac{l}{l+p} \approx \frac{d}{2\pi p} \log \frac{d}{2\pi r} \quad (5.6)$$

an. Abb. 5.7(a) zeigt Kurven konstanter Ineffizienz für unterschiedliche Gittergeometrien und Felder.

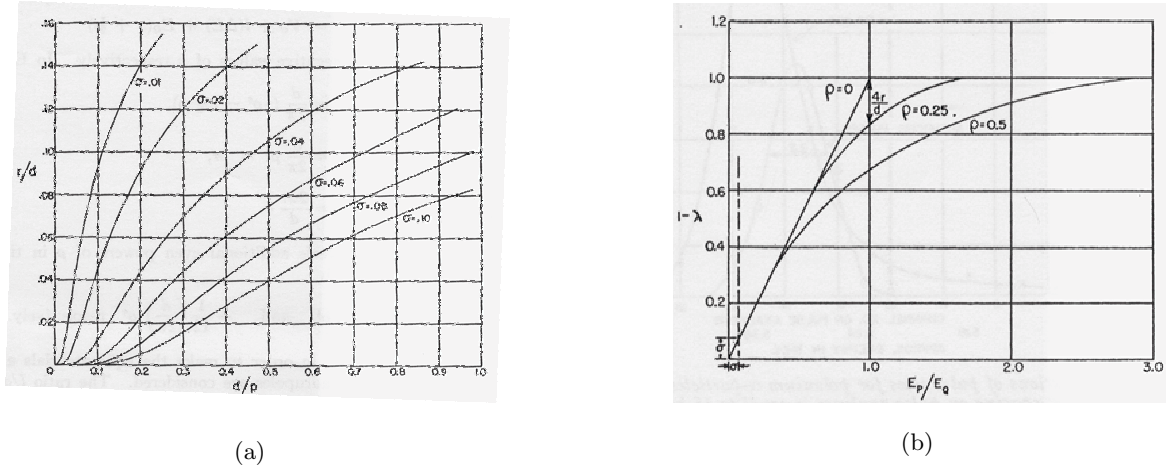


Abbildung 5.7.: (a) Kurven konstanter Ineffizienz verschiedener Frischgitter [BCH49]  
 (b) Bruchteil  $(1 - \lambda)$  der Feldlinien der Kathode, welche nicht auf der Anode enden, gegen das Verhältnis der Felder  $E_P/E_Q$  für verschieden Geometrien  $\rho = 2\pi r/d$  [BCH49].

Als Gitterverluste  $\lambda$  bezeichnen Bunemann et.al das Verhältnis der Feldintensitäten zwischen A-G und G-P,  $E_Q$  und  $E_P$ . Diese lassen sich gemäss der Formel

$$\lambda = \frac{\Delta U}{E_Q d} = \frac{E_P - E_Q}{\pi E_Q} \sqrt{\left(\frac{E_P + E_Q}{E_P - E_Q} \rho\right)^2 - 1} - \cos^{-1} \left( \frac{E_P - E_Q}{E_P + E_Q} \rho \right) \quad (5.7)$$

mit  $\rho = 2\pi r/d$  berechnen. Innerhalb der Grenzen in denen die Wurzel und der inverse Cosinus real bleiben, gilt:

$$\frac{1 - \rho}{1 + \rho} < \frac{E_P}{E_Q} < \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \quad (5.8)$$

Ist  $\frac{E_P}{E_Q} > \frac{1+\rho}{1-\rho}$  passieren alle Feldlinien das Gitter und  $1 - \lambda = 1$ . Das Frischgitter besteht in unserem Fall aus parallelen Kupferdrähten in äquidistanten Abständen von  $d = 0,5\text{mm}$  mit einem Radius von  $r = 25\mu\text{m}$ . Der Abstand  $p = d_{A-FG} = 1\text{mm}$  wurde auf die verwendeten Komponenten der Datenaufnahmeelektronik optimiert. Die Ineffizienz der Gitterabschirmung beträgt somit  $\sigma = 0,04$ . Abb. 5.6 zeigt den Effekt eines

Frischgitters in einer Ionisationskammer. Jede Ladung, die im Driftraum erzeugt wird, erzeugt selbst wieder ein Feld. Die Wirkung dieses Feldes auf die Anode P soll minimal sein solange die Ladungen im Driftraum sitzen. Trotzdem sollen möglichst wenige Ladungsträger von den Drähten des FG's absorbiert werden. Diese beiden Effekte können durch den Durchmesser und Abstand der Drähte am FG variiert und optimiert werden.

#### 5.4 Elektronik und DAQ (s. auch Anhang C)

Der durch die Elektronen verursachte Strompuls von insgesamt  $\approx 0.9pC$  soll zeitlich abgetastet, digitalisiert und weggeschrieben werden. Aufgrund des hohen Stroms innerhalb der Widerstandskette hängen Anode sowie Widerstandskette (bestehend aus 16  $10M\Omega$  SMD-Widerständen) an separaten Hochspannungsquellen, um das Stromrauschen nicht in die Anode zu koppeln. Das Anodensignal wird über einen ladungsintegrierenden Vor-

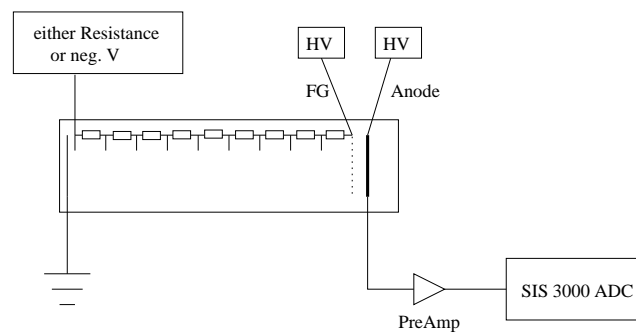


Abbildung 5.8.: Prinzipieller Aufbau eines Braggdetektors. Das analoge Signal wird über einen ladungsintegrierenden Vorverstärker in den "Sampling"-ADC SIS3300 eingespeist.

verstärker in den SIS3300 ADC gespeist. Bei einem ladungsintegrierenden Vorverstärker ist die Ausgangsspannung proportional zur Ladung  $Q$ , die in den Eingang injiziert wurde und in der Kapazität  $C$  aufgesammelt wird. Um für das nächste Ereignis bereit zu sein, wird die Kapazität über einen Widerstand  $R$  entladen. Dies lässt die Ausgangsspannung mit einer Zeitkonstante  $\tau_2 = 1/RC$  wieder auf 0 abfallen. Abb. 5.9 zeigt das prinzipielle Schaltbild eines ladungssensitiven Vorverstärkers der im Testexperiment verwendet wurde. Zwei grundlegende Funktionen/Eigenschaften sind zu unterscheiden:

- Integration der deponierten Ladung über die Kapazität  $C$ . Die Ausgangsspannung ist proportional zur gesamten integrierten Ladung des Eingangssignals so lange das Signal kurz ist im Vergleich zur  $RC$ -Zeitkonstante. Die Abfallzeit wird sehr lang gewählt (hier  $20\mu s$ ), damit die gesamte Ladung gesammelt werden kann bevor das Abklingen des Pulses an Bedeutung gewinnt.
- Linearität des Eingangssignals bleibt erhalten. Im Idealfall ist die Anstiegszeit des Signals des Vorverstärkers durch die Ladungssammelungszeit bestimmt und unabhängig von der Kapazität des Detektors oder des Vorverstärkereingangs.

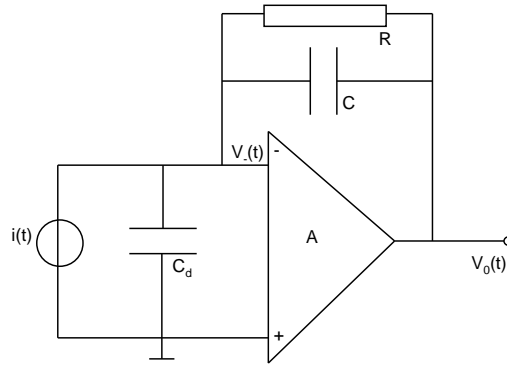


Abbildung 5.9.: Schematisches Schaltbild eines ladungsensitiven Vorverstärkers [Mih06]. Der durch Ionisation verursachte Strom  $i(t)$  des Detektors mit Kapazität  $C_d$  wird über die Rückkopplungskapazität  $C$  integriert. über den Rückkopplungswiderstand  $R$  wird  $C$  entladen, so dass die Ausgangsspannung  $V_o(t)$  an den ADC übergeben werden kann.

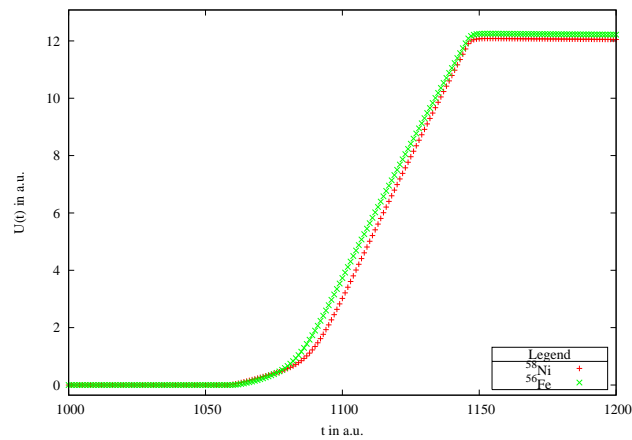


Abbildung 5.10.: Ein zu erwartendes Signal aus den Simulationen für  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  aus 500 gemittelten Ereignissen in P10 ( $P=500\text{mbar}$ ) bei einer Einschussenergie von  $134.958\text{MeV}$  bzw.  $136.367\text{MeV}$ .

Der verwendete SIS3300 ADC ist ein 12-Bit-”Flash”-Wandler, hat einen Bereich von  $\pm 1V$  und tastet mit einer Taktfrequenz von 100MHz das Signal ab. Beim permanenten Abtasten wird das Signal in einen Ringpuffer geschrieben. Der interne Trigger Algorithmus (s. Sektion 5.4.1) wertet parallel hierzu das Signal aus. Ist eine Triggerbedingung erfüllt und ist das Datenaufnahmesystem bereit (”Not Busy”), wird der Ringpuffer durch das Datenaufnahmesystem in eine LMD-Datei geschrieben. Als Datenaufnahmesystem wurde das Standard GSI ”Multi-Branch-System” (MBS) verwendet [GSI06]. Die Datenaufnahme selber besteht aus zwei Subsystemen, wovon sich eines der Vermessung der Signalamplitude (energy-estimation) und das andere der Identifizierung eines Events (event-finder) widmet.

Im Allgemeinen sind zeitaufgelöste Messungen durch einen sogenannten ”jitter” im Signal aufgrund der Genauigkeit der Uhr, die die Messung taktet, sowie einem ”time-walk” aufgrund der Variation des Zeitnullpunktes (Trigger), der auch von der Amplitude abhängen kann, in der Auflösung beschränkt. Ist die Anstiegszeit bekannt, lässt sich der ”time-walk” durch Software kompensieren.

#### 5.4.1 Trigger in digitalen Systemen

Ein Triggersystem dient der effizienten Auswahl von Ereigniskandidaten, um sie vom Untergrund zu trennen. Hierzu wird oftmals eine wohldefinierte Schwelle angegeben, über welcher der Eingangspuls liegen muss, um überhaupt weiterverarbeitet werden zu können (”leading-edge”). Ein anderes Verfahren nutzt einen Prozentsatz der Signalamplitude als mögliche Schwelle (”constant-fraction”). Insbesondere bei TOF-Messungen<sup>1</sup> wird Gebrauch von diesen Triggersystemen gemacht, da dort eine zeitliche Versetzung gleicher Anstiegssignale unterschiedlicher Amplitude nicht erwünscht ist. Ohne ein Triggersignal würde der ADC hauptsächlich Rauschen verarbeiten. Beim SIS3300 ist die Triggererzeugung im Modul im ”Leading-Edge”-Verfahren implementiert [SIS06]. Die Trigger-Summe setzt sich hierbei aus zwei Summen der einzelnen Integrationsintervalle des Filters zusammen:

$$SUM1 = \sum_{i=t_G}^{t_G+t_P} ADC_{Wert}[i] \quad (5.9)$$

$$SUM2 = \sum_{j=0}^{t_P} ADC_{Wert}[j] \quad (5.10)$$

Die Trigger-Summe ergibt sich aus der Differenz dieser Summen (SUM1-SUM2). Hierbei formt dieser digitale Rechteckfilter ( $t_P = 150$ : ”Peaking time”,  $t_G = 20$ : ”Gap time”) das Signal, um gleichzeitig zu untersuchen, ob das geformte Signal einen gewissen Schwellenwert überschritten hat (”leading-edge”). Die analoge Analogie hierzu wäre ein ”Fast-Timing-Amplifier”, der das Signal glättet und differenziert. Durch ein ”Constant-Fraction/Leading-Edge”-Modul ist es möglich, die Triggerbedingung zu setzen und zu prüfen ob sie gegebenenfalls eintritt. In beiden Fällen (analog wie digital)

---

<sup>1</sup>TOF: Flugzeit (Time of Flight)

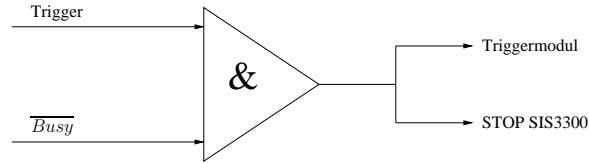


Abbildung 5.11.: Schematische Verarbeitung eines Triggers.

wird an eine externe Trigger-Logik der Trigger geschickt. Ist das DAQ-System bereits mit einem Signal beschäftigt bzw. wird gerade ein vorhergehender Trigger verarbeitet, stoppt das “gegateete” Triggersignal das weitere Abtasten des Signals nicht. Ist das DAQ-System nicht “busy” wenn die Triggerbedingung eintritt, so wird ein Stoppsignal an das SIS3300 geschickt, welcher nun für eine, durch den “Stop-Delay” definierte Zeitspanne (diese betrug in unserem Fall  $10\mu\text{s}$ ), das Signal weiter abtastet. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass das “Stop-Delay” so gewählt wird, dass das Signal vollständig im Ringpuffer gespeichert wird. Das im Ringpuffer gespeicherte Signal kann daraufhin vom VME-Bus ausgelesen werden. Der Betrieb im “Single-Event”-Modus ist bei den

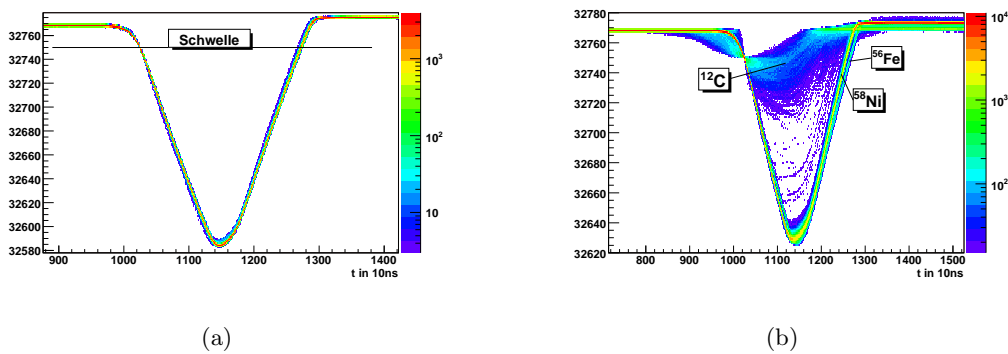


Abbildung 5.12.: (a) Das Triggersignal des SIS3300. Das Analoge Eingangssignal wird hierbei mit Hilfe eines synthetischen Rechteckfilters in die zu sehende Form gebracht.

(b) Das Triggersignal des SIS3300. Das Analoge Eingangssignal wird hierbei mit Hilfe eines synthetischen Rechteckfilters in die zu sehende Form gebracht. Im Experiment kann, mit einer festen Schwelle, daraus der Trigger generiert werden.

hohen Raten, wie sie bei Rex-Isolde vorkommen, nicht geeignet. Dort muss die Kammer im “Multi-Event”-Modus betrieben werden, wobei die “Spill”-Pausen zur Datenauslese genutzt werden können.

## 6 Testexperiment am Münchner Tandem Beschleuniger

Da eine Eichung und Test der Detektorauflösung mit einer Quelle nicht einfach möglich ist, wurde im Januar 2006 am Tandem Beschleuniger des Maier Leibniz Laboratoriums in München ein Testexperiment mit der Bragg-Kammer durchgeführt. Das Testexperiment diente der Auffindung möglicher parasitärer elektrischer Effekte sowie einer Gewährleistung der Signifikanz unterschiedlicher Pulsformen für unterschiedliche Ionen. Das Ziel bestand schlussendlich in der Bestimmung der optimalen Betriebsparameter. Ebenso war dies eine gute Gelegenheit das MBS basierte Datenaufnahmesystem für den Sampling ADC mit Marabou zu testen.

### 6.1 Gassystem

Die Druckregelung erfolgte mit einem piezoelektrischem Drucksensor der Marke Micro Switch. Die Ausgangsspannung der Baureihe 140PC ist hierbei proportional zum anliegenden Druck. Der Absolutwert des Drucks wird in Referenz zum Vakuumdruck der "Beamline" gemessen und sie operieren über eine einzige Spannungsversorgung. Ein spezielles NIM-Modul sorgte hierbei als Spannungsversorgung sowie Komparator der anliegenden Drücke. Ein differentieller Druck Messwandler mit dem aktiven Druck auf der einen sowie dem passivem auf der anderen Seite liefern ein zur Differenz proportionales Signal. Abgepumpt wurde das Gas mittels einer Öldiffusionspumpe mit vorangeschaltetem Überdruckventil abgepumpt.

### 6.2 Strahl und Target

Im Testexperiment wurden 180MeV  $^{58}\text{Ni}$  Ionen auf ein  $^{56}\text{Fe}$  Strichtarget ( $55\mu\text{g}/\text{cm}^2$  auf C Folie  $10\mu\text{g}/\text{cm}^2$ ) geschossen. Die Energie der einfallenden Ni-Ionen  $E=3.1\text{MeV}/u$  entspricht hierbei ungefähr dem Wert, welcher bei Rex-Isolde, in der Nachbeschleunigung erreicht wird. Die erwarteten Energien der unter  $30^\circ$  gestreuten Ni- und Fe-Ionen wären entsprechend 134.96MeV und 136.37MeV. Aufgrund der annähernd identischen Eintrittsenergie kann die Trennung lediglich im Verlauf der Anstiegsflanken erfolgen und ist somit ein idealer Test ob eine Massentrennung damit möglich ist. Die Verwendung von Isotopen, mit einem Kernladungsunterschied von  $\Delta Z=2$ , sollte eine klare Trennung erlauben und gleichzeitig die Grenzen der Auflösung der Kammer für Ni-Primärstrahl, liefern.



### 6.3 Experimentaufbau

Das Experiment wurde am Strahlplatz II-10° durchgeführt. Dort befindet sich eine Streukammer mit einem Durchmesser von  $D = 60\text{cm}$  mit bereits montierten Blendensystem zur Strahlfokussierung, Targetleiter mit bis zu 8-Targets und Faradaycup zur Ermittlung des Strahlstroms (s. Abb. 6.1). Die Braggkammer wurde zunächst in Strahlrichtung montiert, um die Energieauflösung mit unverfälschtem Primärstrahl ( $\Delta E/E < 10^{-4}$ ) zu bestimmen. Hierzu wurde die Kammer, vor Beginn der Messung, ca. 1-2 Stunden mit P10 Gas gespült. Um die Intensität des Strahls zu reduzieren, mussten Abschwächer verwendet werden. Die Kammer wurde daraufhin unter  $30^\circ$  zur Einschussrichtung montiert und bei einem Gasdruck von 500 mbar betrieben. Die Spannung an der Anode betrug  $U_A = 730\text{V}$  und am FG  $U_{Kette} = 680\text{V}$ . Das bedeutet  $E_P = 500\text{V/cm}$  und  $E_Q = 85\text{V/cm}$ . Somit ist  $\frac{E_P}{E_Q} \approx 5.9$  und die Feldlinien passieren alle das Gitter.

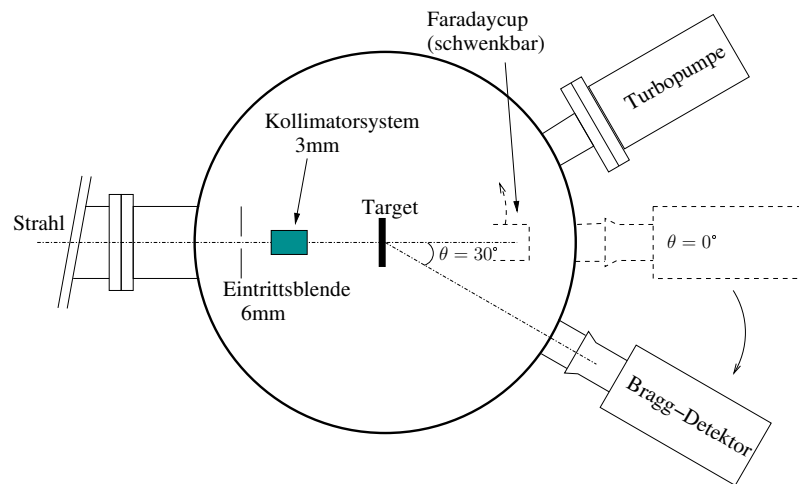


Abbildung 6.1.: Targetkammer und Aufbau am Strahlplatz II-10° des MLL in München.

### 6.4 Typische Signale

Das Signal des ladungsintegrierenden Vorverstärkers ist charakterisiert durch eine vorauslaufende, annähernde konstante Base Line, schnelle Anstiegszeit, die den zeitlichen Verlauf der an der Anode ankommenden  $e^-$  darstellt, und eine darauf folgende sehr viel längere Abfallszeit (s. Abb. 6.2). Hierzu wurde mit einer Abtastrate von 100MHz, was einem Datenpunkt pro 10ns entspricht, das Signal abgetastet und aufgezeichnet. Jedes Ereignis umfasst 2048 Datenpunkte.

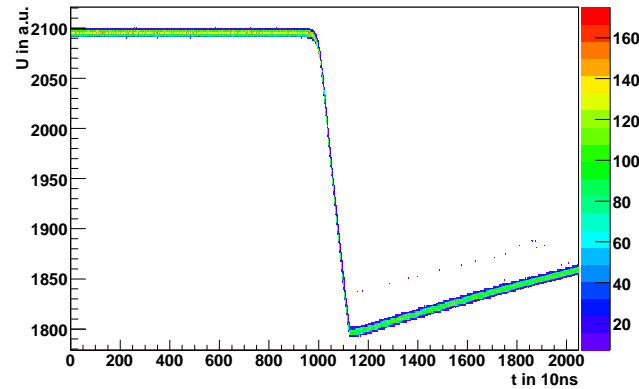


Abbildung 6.2.: Das aus 2048 Datenpunkten bestehende Anodensignal des Primärstrahls,  $180\text{MeV } ^{58}\text{Ni}$ , unter  $0^\circ$ .

### 6.5 Pulsereichung

Zur Umrechnung der ADC-Werte in Ladungsmengen wurde mit einem Pulser geeicht. Hierzu wurde der Pulser mit unterschiedlichen Spannungsamplituden (200, 400, 800 und  $1000\text{mV}$ ) über einen “Charge Terminator” an den Vorverstärker angeschlossen und das Signal abgetastet. Der “Charge Terminator” wandelt den Spannungspuls durch einen Kondensator in ein Ladungssignal, welches durch einen ladungsempfindlichen Vorverstärker, genau wie die Signale der Teilchen, verstärkt wird.

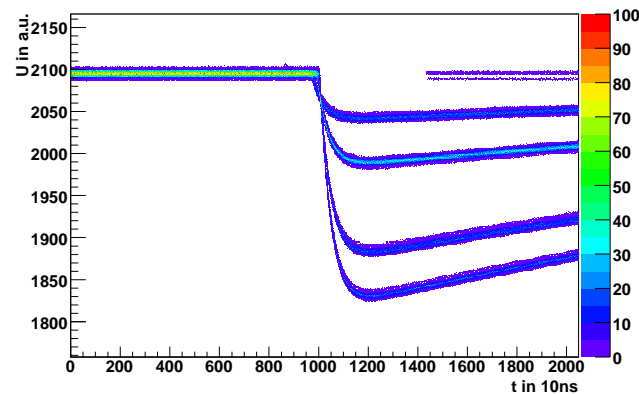


Abbildung 6.3.: Vorverstärkte Pulsersignale bei unterschiedlichen Spannungen.

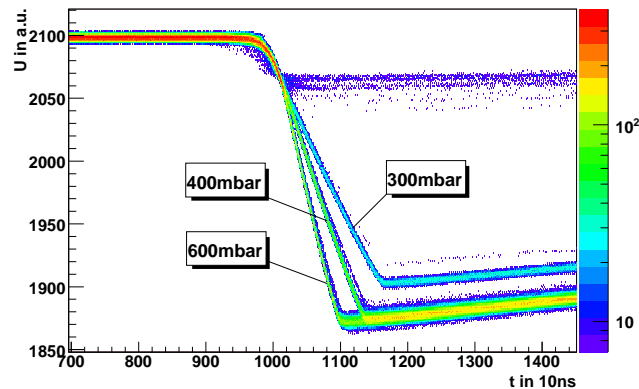
### 6.6 Optimierung des Gasdrucks

Zur Optimierung des Drucks wurde die Signalamplitude bei unterschiedlichen Drücken bestimmt. Durch Verändern des Gasdrucks, bei konstantem  $E/P \approx 1.5\text{V}/\text{mbar}$ , konnte

P in mbar	$U_{Kette}$ in V	$U_A$ in V
300	412	450
400	550	600
600	825	875

Tabelle 6.1.: Konfigurationen zur Bestimmung des optimalen Gasdrucks.

getestet werden, bei welchem Druck die Ionen nicht mehr im Gasvolumen gestoppt wurden und die Anode erreichten. Ein Teilchen, welches nicht gestoppt wurde, hat dementsprechend eine gewisse Restenergie bzw. einen geringeren Energieverlust erlitten, als eines das gestoppt wurde. Abb. 6.4 zeigt das Ergebnis eines solchen Tests. Die Amplitude des Anodensignals nimmt ab, sobald das Teilchen das Volumen durchdringen konnte.

Abbildung 6.4.: Abfall der Amplitude des Anodensignals bei Verringerung des Drucks unter konstantem  $E/P$ .

## 6.7 Verifizierung der Drift

Durch Messen der Anstiegszeit des Anodensignals bei konstantem Druck und Variation des elektrischen Feldes wurde die Driftzeit der  $e^-$  im Gas verifiziert. Mit Hilfe eines Oszilloskops wurde die Anstiegszeit vermessen. Unter der Annahme, dass die Ionen bei einem Druck von 404mbar ( $\approx 311$ mmHg) eine Strecke von 8cm (man sieht dass sie anstoßen und somit nicht ihre gesamte Energie verlieren) durchlaufen, bevor sie gestoppt werden, lässt sich die Driftgeschwindigkeit bestimmen. Die Ergebnisse sind in Tab. 6.2 und Abb. 6.5 zusammengefasst.

Da das P10 aus der Flasche kam und aufgrund möglicher Verunreinigungen des Gases sowie der eingeschränkten Ablesegenauigkeit am Oszilloskop kann man sagen, dass die Übereinstimmung mit den erwarteten Werten sehr gut ist. (s. Abb. 2.2)

$U_{Kette}$ in V	$U_A$ in V	$t$ in $\mu s$
100	150	8
200	250	3
300	350	1.9
400	450	1.7
500	550	1.6
600	650	1.6
800	850	1.65
900	950	1.75

Tabelle 6.2.: Driftzeit bei unterschiedlichen Anodenspannungen.

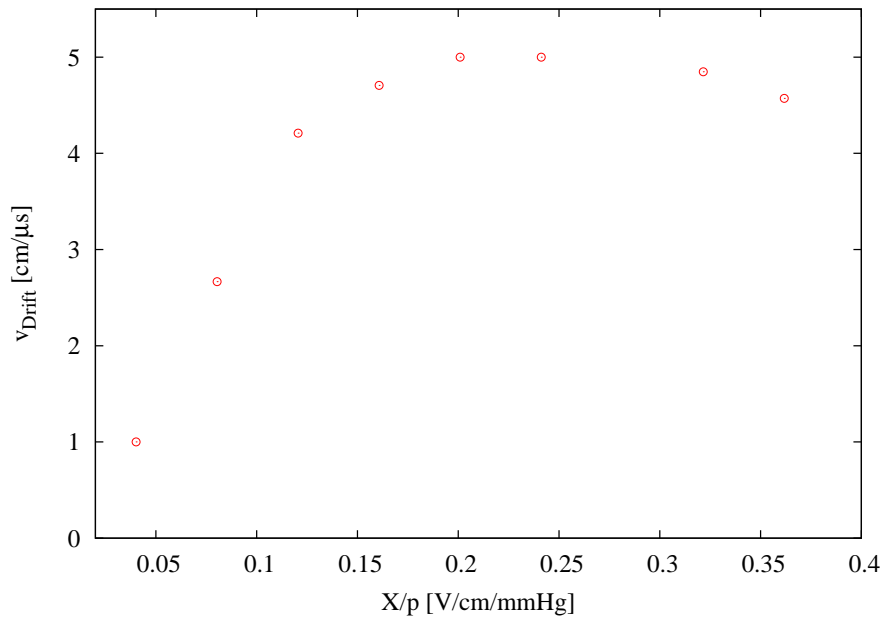


Abbildung 6.5.: Driftgeschwindigkeit der Ionen bei 404mbar und variablen Anodenspannungen. Die Länge der Ladungsspur im Detektor  $\sim 8$ cm. Aus der Länge der Anstiegsflanke des Signals bekommt man  $t$  und somit  $v$ .

## 7 Datenauswertung

Die, am Maier-Leibniz-Laboratorium, aufgenommenen Daten wurden im Rahmen dieser Arbeit im Detail ausgewertet. Hierzu wurden die binären “List Mode” Rohdaten in Root-Dateien geschrieben, um daraufhin mit verschiedenen Makros bearbeitet zu werden. Die herkömmliche Methode zur Unterscheidung von Isobaren mittels einer Braggkammer ist, über kurze und lange “Shaping”-Zeiten den Energieverlust im Bragg-Peak, möglichst genau zu bestimmen. Während das Ergebnis aus der langen “Shaping”-Zeit proportional zur totalen Energiedeponierung, ist wird mit der kurzen die absolute Höhe des Bragg-Maximums charakterisiert. Mit Hilfe der Analyse der gesamten Pulsform lassen sich aber noch weitere Informationen nutzen. Aus der zeitlichen Lage des Bragg-Maximums lässt sich auf  $Z$  schließen. Aus der gesamten Anstiegszeit des Signals ist es möglich, unter Kenntnis der Driftgeschwindigkeit, die Reichweite des Ions zu bestimmen. Ferner ist die Höhe der Signalamplitude proportional zur Gesamtenergie.

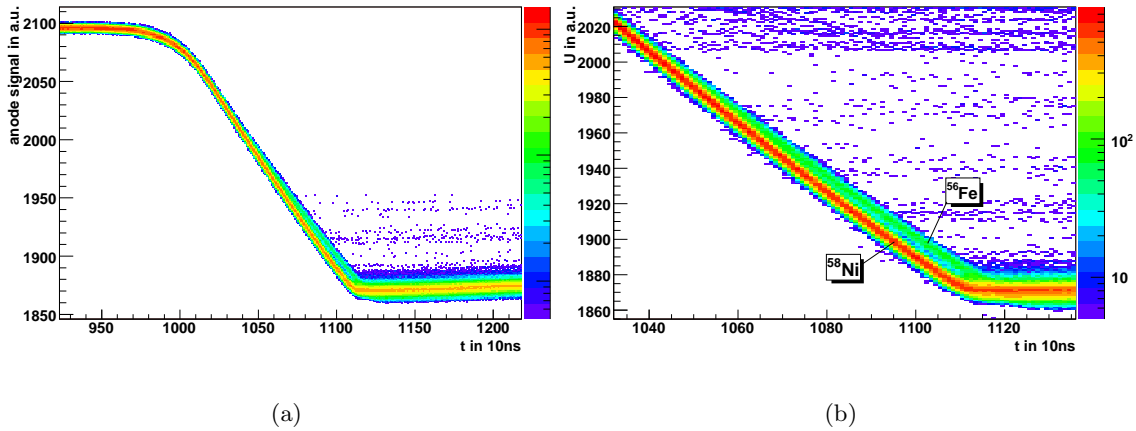


Abbildung 7.1.: (a) Anodensignale für unter  $30^\circ$  gestreute Ionen nach Beschuss eines  $^{56}\text{Fe}$ - Targets bei einem Druck von  $P(\text{P10})=500\text{mbar}$  und einer  $(U_A = 730, U_{\text{Kette}} = 680\text{V})$ -Spannungskonfiguration.  
 (b) Signale wie Abb. 7.1(a) aber mit Vergrößerung des Bereichs um das Bragg-Maximum.

Die größte Steigung fällt erwartungsgemäß mit dem Bragg-Peak Maximum zusammen.

Somit lassen sich 3 Größen aus dem Signal extrahieren: Reichweite, Bragg-Peak Maximum, sowie die Gesamtenergie. Diese drei Größen charakterisieren ein Isotop vollständig. Durch Kenntnis von 2 dieser Größen lassen sich Isobare unterscheiden. Durch Abtasten des Signals bleibt die komplette Information für jedes Ereignis erhalten und man umgeht die Festlegung auf bestimmte Filter-Zeiten und Formenverstärker, die üblicherweise in die Elektronik fest eingebaut werden.

Da es durch das Energie- und Winkelstragglung zu einer Verschmierung der Restenergie und somit des differentiellen Energieverlusts kommt, haben alle Signale eine endliche Breite. Im Falle von experimentellen Signalen würde sich das durch einen großen Überlapp der Anstiegssignale bemerkbar machen. Abb. 7.1 zeigt die Anodensignale von  $^{56}\text{Fe}$  und  $^{58}\text{Ni}$  Isotopen wie sie beim Beschuss eines  $^{56}\text{Fe}$ -Targets mit 180MeV  $^{58}\text{Ni}$ -Ionen unter einem Streuwinkel von  $30^\circ$  detektiert wurden. Abb. 7.1(b) zeigt einen Ausschnitt von Abb. 7.1(a). Bereits in den Rohdaten erkennt man eine eindeutige Trennung der Ni und Fe Ionen.

## 7.1 Pulsformanalyse

In der verwendeten Konfiguration wird der ADC direkt mit dem Ausgang des Vorverstärkers verbunden. Abhängig von den Rausch-Charakteristika der verwendeten Detektor/Vorverstärker Konfiguration sowie den experimentellen Gegebenheiten (Zählrate, ballistisches Defizit) kann ein digitaler Filter synthetisiert und zur Umwandlung der aufgenommenen Daten  $S(t)$  eingesetzt werden. Damit kann jeweils für unterschiedliche Filter-Parameter eine bestimmte Eigenschaft von  $S(t)$  präpariert werden.

Ein generischer, linearer Filter ist definiert durch seine Übertragungsfunktion  $G(t)$  auf einen  $\delta$ -ähnlichen Impuls. Unter Einführung einer Spaltfunktion  $D(t)$  kann man unterschiedliche Filter definieren

$$D(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } -\Delta \leq t \leq \Delta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (7.1)$$

Gängige digitale Filter in Spektroskopiemessungen (z.B. Dreieck, trapezoidal, CR-

Filter	Funktion
Spalt	$D(t)$
Dreieck	$D(t) \cdot [1 -  t /\Delta]$
Trapez	$2D(t) \cdot [1 -  t /\Delta] - D(2t) \cdot [1 -  2t /\Delta]$

Tabelle 7.1.: Digitale Filterfunktionen [Ulm06]

(RC)<sup>n</sup>) sind nur von einem einzelnen Form-Zeit-Parameter  $\tau$  abhängig.<sup>1</sup> Im Allgemeinen können diese Filter beschrieben werden durch

$$G(t) = \frac{1}{\tau} \tilde{G}\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad (7.2)$$

<sup>1</sup>Unter Annahme dass die verbleibenden Filter Parameter proportional zu  $\tau$  sind sowie konstanter weiterer Einschränkungen (wie z.B. ballistische Defizite werden kompensiert)

wobei  $\tilde{G}$  die Form des Filters repräsentiert. Die Wiedergabefunktion  $R(t)$  eines digital zeit-invarianten Filters ist gegeben durch die Faltung zwischen digitalisiertem Signal  $S(t)$  und  $G(t)$ . Die gewünschte Größe wie z.B. die Energie  $\hat{E}$  erhält man durch Evaluierung von  $R(t)$  zu einem definierten Zeitpunkt  $T_M$  (z.B. die Zeit bei welcher das digital geformte Signal sein Maximum erreicht). Die Auflösung des Systems ist somit definiert als die Varianz von  $R(T_M)$ .

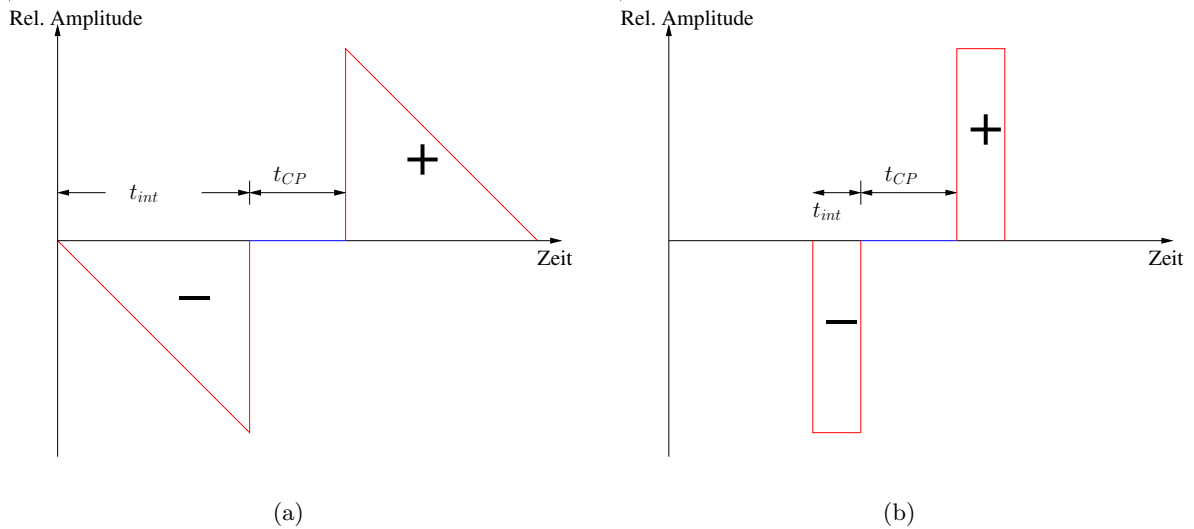


Abbildung 7.2.: (a) Ein Dreiecks-Filter mit einem ‘Charge-Protection’-Intervall  $t_{CP}$  und einem Integrationsintervall  $t_{int}$ .  
 (b) Ein Rechteck-Filter mit einem ‘Charge-Protection’-Intervall  $t_{CP}$  und einem Integrationsintervall  $t_{int}$ .

Die Anwendung eines Filters bewirkt durch ein Integrations- sowie ‘Charge-Protection’-Intervall eine Glättung (durch (gewichtete) Summation) sowie Differenzierung des Signals. Dies geschieht wie folgt: Es werden zwei Integrationsintervalle deklariert (Länge  $t_{int}$ ) in welchem die Signalwerte aufsummiert werden. Bei normalen Rechteckfiltern werden alle Datenpunkte mit 1 gewichtet. Bei Dreiecks- oder Trapezoidalen Filtern werden die Datenpunkte innerhalb des Integrationsintervalls entsprechend ihrer Entfernung vom Offset  $t_0$  von 0 bis 1 linear gewichtet. Die gewichtete Summe aller Nachbarpunkte wird für jeden möglichen Zeitpunkt  $t_0 - t_{int} < t_0 < t_0 + t_{CP} + t_{int}$  fortlaufend bestimmt. Die Definition der Steigung sowie der entsprechenden Integrations- und ‘Charge-Protection’-Intervalle soll am Beispiel eines Trapezoidalen Filters näher erläutert werden. Hierzu wird eine Steigung gemäss  $slope = 1/t_{int}$  definiert die nun innerhalb der Integrationsintervalle mit den Signaldatenpunkten multipliziert wird. Im Integrationsintervall unterhalb des Offsets wird hierzu lediglich der Datenpunkt  $x_i$  für  $0 \leq i \leq t_{int}$  mit  $slope \cdot i$  multipliziert.

Hier erkennt man schon dass die Datenpunkte die sich weiter weg vom Offset befinden eine weniger starke Gewichtung erhalten. Innerhalb des ‘Charge-Protection’-Intervalls

werden alle Datenpunkte mit 0 multipliziert. Diese Datenpunkte bzw. dieses Intervall soll(en) ladungserhaltend wirken. Am Ende dieses Intervalls befindet man sich nun am Offset +  $t_{CP}$ . An diesem Punkt wird eine “totale Zeit” von  $t_{TOT} = 2 \cdot t_{int} + t_{CP}$  eingeführt. Die Datenpunkte die sich nun im Integrationsintervall rechts vom Offset befinden werden für  $t_{CP} + t_{int} \leq i \leq t_{TOT}$  mit  $slope \cdot (t_{TOT} - i)$  multipliziert. Hier erkennt man wieder was mit dem Datenpunkt an der Stelle  $i_{Bsp} = t_{CP} + t_{int}$  geschieht. Er erhält die Gewichtung

$$slope \cdot (t_{TOT} - i_{Bsp}) = slope \cdot (t_{int}) = 1. \quad (7.3)$$

Innerhalb der Integrationsintervalle werden alle gewichteten Datenpunkte aufsummiert. Subtrahiert man nun die beiden Integrationsintervalle voneinander so erhält man einen neuen Wert für den genannten Offset. Nun sollen die Auswirkungen dieser Formung näher betrachtet werden. Durch Summierung einer Anzahl von Werten und anschließender Subtraktion der beiden Integrationsintervalle wird das Signal geglättet.

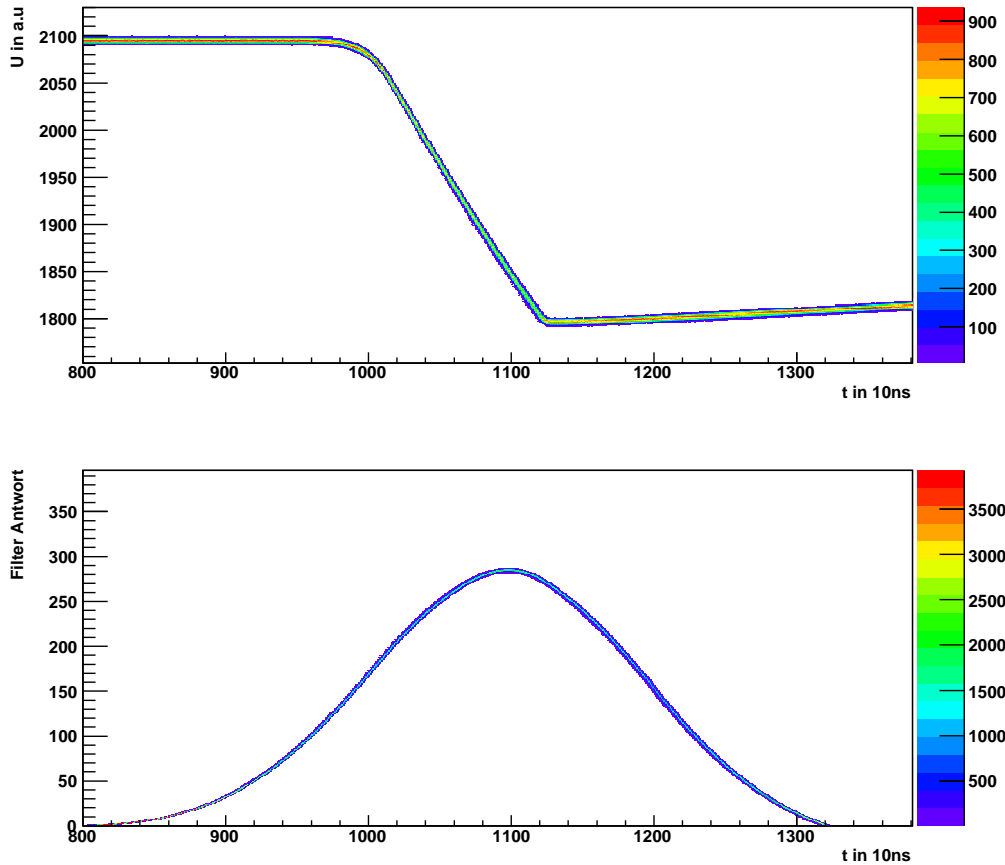


Abbildung 7.3.: Ergebnis der Anwendung eines Trapezoidalen Filters mit einer Integrationszeit  $t_{int} = 220$  und einem “Charge-Protection”-Intervall  $t_{CP} = 80$  “samples”. Oben ist das Ursprungssignal und unten die Antwort der Filterfunktion zu sehen.



Subtrahieren der Integrationsintervalle, welche durch  $t_{CP}$  voneinander getrennt sind, setzt die “Baseline” auf Null. Durch glätten wird das Rauschen statistisch reduziert. Das “Charge-Protection”-Intervall ist hierbei entscheidend für die Reduktion des Signals auf eine bestimmte Kenngröße. Wählt man das “Charge-Protection”-Intervall so groß wie die gesamte Anstiegszeit so wird die Form des Anstiegs nicht gewichtet und man erhält durch die Subtraktion der Integrationsintervalle die Amplitude/Höhe des Signals was der zeitlichen Sammlung der Ladung im Vorverstärker entspricht. Diese sollte in unserem speziellen Fall mit der Gesamtenergie der einfallenden Teilchen übereinstimmen.

Abb. 7.3 zeigt das Ergebnis der Anwendung eines Trapezoidalen Filters mit einer Integrationszeit  $t_{int} = 220$  und einem “Charge-Protection”-Intervall  $t_{CP} = 80$  “samples” auf das Anodensignal. (Abb. 7.6).

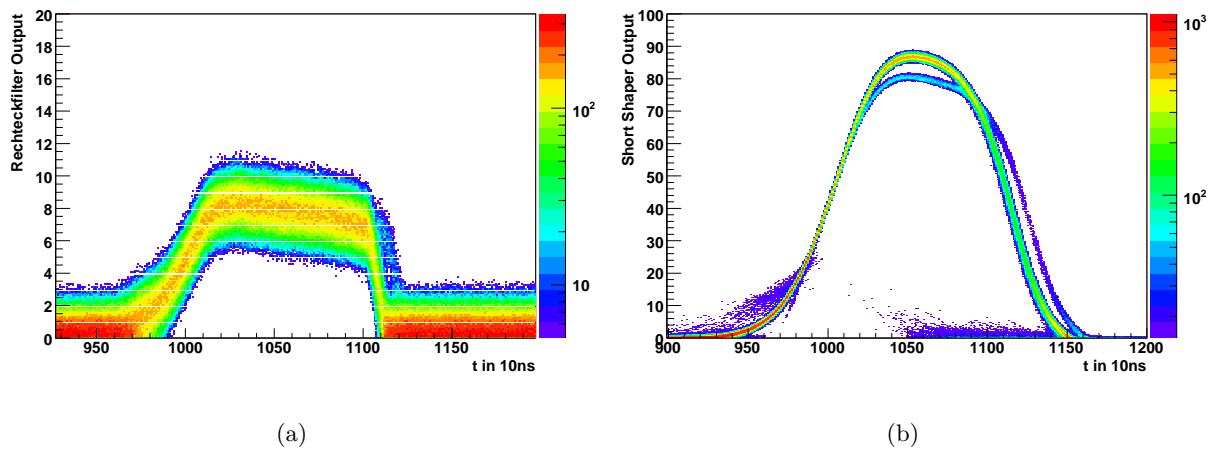


Abbildung 7.4.: (a) Antwort eines Rechteckfilters mit  $t_{int} = 9$  auf das Anodensignal. Die zeitumgekehrte Bragg-Kurve ist ansatzweise zu sehen.

(b) Antwort eines kurzen trapezoidalen mit  $t_{int} = 50$  und  $t_{CP} = 10$  Filters auf das Anodensignal. Sowohl die Höhe als auch der Zeitpunkt des Maximums unterschieden die beiden Filterantworten.

Eine weitere Kenngröße kann man für ein sehr kleines “Charge-Protection”-Intervall filtern. Hierzu muss das Integrationsintervall aber entsprechend angepasst werden da zu große und zu kleine Integrationszeiten die Differenzen in den Anstiegszeiten nicht optimal filtern können (s. Sektion 7.2 und Durch ein kleines “Charge-Protection”-Intervall werden die Unterschiede naher Datenpunkte betrachtet. Eine Subtraktion der Integrationsintervalle entspricht hierbei einer Differentiation des Signals. Am offensichtlichsten ist das der Fall wenn man einen sehr kurzen Rechteckshaper (ohne “Charge-Protection”) betrachtet. In unserem Fall sollte das differenzierte Anstiegssignal des Anodensignals die zeitumgekehrte Bragg-Kurve darstellen (s. Abb. 7.4(a)). Unter Verwendung eines trapezoidalen Filters mit einem kleinen “Charge-Protection”-Intervall und angepassten Integrationsintervall lässt sich der Anstiegsverlauf extrahieren (vgl. Abb. 7.4(b)). Die

Auswertung der Maximalwerte dieses geformten Signals liefert das Maximum des differenzierten Signals, was der maximalen Steigung entspricht.

## 7.2 Auswertung der experimentellen Daten

Zunächst soll die Methode der langen und kurzen Filter zur Ladungs- und Massentrennung optimiert werden.

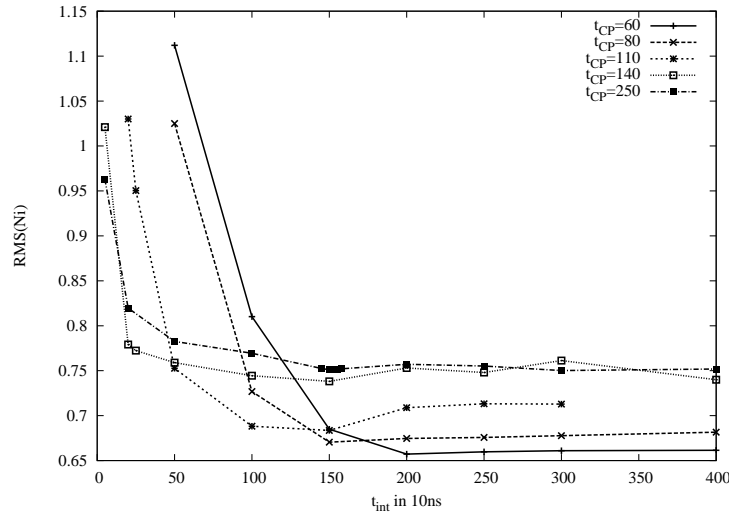


Abbildung 7.5.: RMS der Energie des Primärstrahls gegen  $t_{int}$  einzelner “Shaper”-Konfigurationen ( $t_{CP}, t_{int}$ ). Dazu wurden 572 sicher identifizierte Ereignisse von insgesamt 592 ausgewählt.

Zur Bestimmung einer optimalen Filterkonfiguration ( $t_{CP}, t_{int}$ ) wurden unterschiedliche Parameterkombinationen auf die Primärstrahlteilchen angewandt, und der RMS-Wert <sup>2</sup> der Energie für eine Anzahl relevanter Signale bestimmt. Da der Primärstrahl eine Energieschärfe besser als  $\Delta E/E = 10^{-4}$  hat wird die Energieauflösung also  $\sigma(E)/E$  für den langen “Shaper” ausschließlich durch die optimale Anpassung der Filterparameter an die Detektorsignale bestimmt. Da die Primärstrahlteilchen identisch sind, gilt dies umso mehr für den kurzen “Shaper”. Abb. 7.5 zeigt die RMS-Werte für eine Anzahl von ( $t_{CP}, t_{int}$ )-Konfigurationen. Nach einem starken Abfall bei geringen Integrationszeiten erreichen die unterschiedlichen Kennlinien bei einer Integrationszeit von  $1,5\mu\text{s}$  ihr Minimum um daraufhin langsam zu steigen. Obwohl man für  $t_{CP} = 60$  die beste Standardabweichung für hohe Integrationszeiten erhält erscheint der  $t_{CP} = 60$  zu kurz da die Abweichung bei geringeren Integrationszeiten im Vergleich sehr viel früher ansteigt. Die ( $t_{CP} = 80, t_{int} = 220$ )-Konfiguration hingegen befindet sich weit genug entfernt vom Minimum und liefert vergleichbare Auflösungen der Energie.

<sup>2</sup>RMS: Root Mean Square (mittlere quadratische Abweichung)

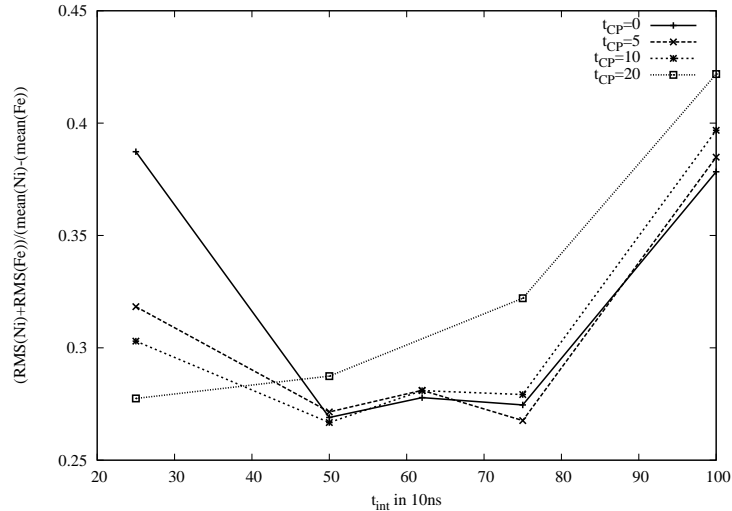


Abbildung 7.6.: Relative Trennung von Fe und Ni Isotopen mit dem kurzen Shaper für verschiedene  $(t_{CP}, t_{int})$ -Kombinationen, geteilt durch die Differenz der Mittelwerte beider Ereignisgruppen gegen  $t_{int}$  einzelner “Shaper”-Konfigurationen  $(t_{CP}, t_{int})$  zum Auffinden der optimalen Konfiguration für den kurzen Filter ( $\Delta E$ ). Dazu wurden 1648 sicher identifizierte Ni- und 203 sicher identifizierte Fe-Ereignisse aus insgesamt 2165 ausgewählt.

Für die optimale Konfigurationsbestimmung des kurzen Filters wurden die Signale von Ni und Fe unter  $30^\circ$  verwendet. Auch hier wurden die Standardabweichungen jeweils für Ni und Fe bestimmt. Abb. 7.6 zeigt die addierten RMS-Werte geteilt durch den Abstand der Mittelwerte der beiden Ionensorten. Während ein “Charge-Protection”-Intervall von 200ns kein Minimum ausbildet passiert dies bei geringeren Werten für  $t_{CP}$  sehr wohl. Als Optimum wurde die  $(t_{CP} = 10, t_{int} = 50)$ -Konfiguration gewählt.

### 7.2.1 Energieeichung mit Pulser

Zur Energieeichung wird die optimale Filterkonfiguration des langen “Shapers” verwendet. Die Maximalwerte der geformten Signale sind direkt mit der Ladung korreliert und lassen sich zur Bestimmung einer Eichgeraden verwenden. über eine Formung langer Integration erhält man die Amplitude des Signals (Abb. 7.7). Mit Signalen unterschiedlicher Spannungsamplitude von einem Pulser kann die Amplitude nach der Integration bzgl. der Ladung geeicht werden (Abb. 7.8). Hierzu wird die Ladung  $Q$  aus der Vorverstärker-Kapazität ( $C = 1pF$ ) und einer durch den Pulser angelegten Spannung ( $U$  variabel) berechnet.

$$Q = CU = 1pF \cdot U \quad (7.4)$$

Ferner gibt es für die Produktion von Elektron-Ion Paaren in einem Zählgas den sogenannten  $W$ -Wert. Dieser bezeichnet wie viel Energie ein Teilchen im Mittel verlieren

muss um ein Ladungsträgerpaar zu erzeugen.

$$Q = \frac{E}{W} \quad (7.5)$$

Dieser beträgt für P10 etwa  $W(P10) = 28eV$  und für  $CF_4$   $W(CF_4) = 54eV$ , so dass sich die Anzahl der erzeugten Ladungsträger bestimmen und vergleichen lässt. Aus der

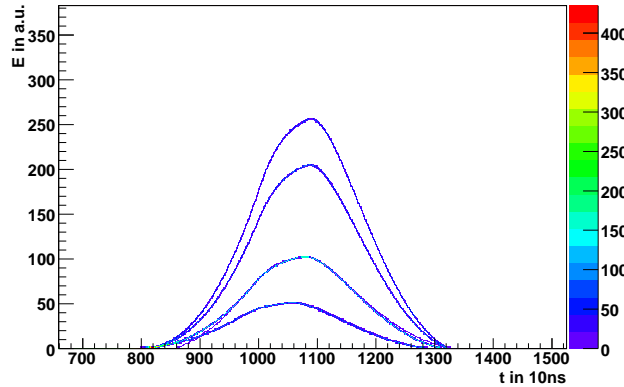


Abbildung 7.7.: Vorverstärkte Pulssignale nach Filtern mit einem langen Trapezoidalen Filter.

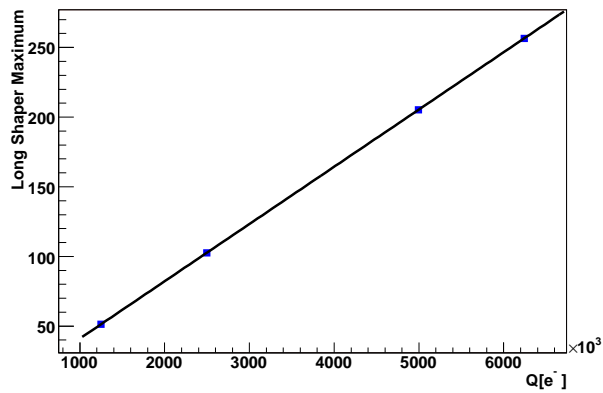


Abbildung 7.8.: Linearer Fit durch die gemittelten Maximalwerte der Pulssignale nach Anwendung des digitalen Filters.

Geraden in Abb. 7.8 -  $LS_{max}(Q) = a \cdot Q + b$  mit  $a = 41 \cdot 10^{-6}$  und  $b = 34 \cdot 10^{-3}$  - ist es nun möglich, die Anzahl der, durch den Energieverlust von Ni und Fe produzierten, Elektronen zu bestimmen. Hierbei ist  $LS_{max}$  das Maximum des langen "Shapers". Unter Kenntnis der Primärstrahlenergie lässt sich nun der W-Wert des verwendeten Gases

bestimmen.

$$E_0 = 180 \text{ MeV} \quad (7.6)$$

$$Q = 6.92 \times 10^6 e^- \quad (7.7)$$

$$W = \frac{E}{Q} = 25.99 \text{ eV}/e^- \quad (7.8)$$

Dieser Wert stimmt wunderbar mit dem zu erwartenden für P10 überein. Somit lassen sich nun die Energien aus den Maximalwerten der langen “Shaper” (bei Verwendung der selben Filterparameter!) gemäss

$$E(LS_{max}) = \frac{W}{a}(LS_{max} + b) \quad (7.9)$$

bestimmen.

### 7.2.2 Cutten

Aufgrund der optischen Trennung, sowie der Kenntnis unterschiedlicher Anstiegsflanken, kann man die einzelnen Ereignisse in ausgewählten Bereichen mit Geraden fitten (s. Abb. 7.9). Der “cut1”-Bereich wurde so gewählt, dass nur relevante Ereignisse innerhalb des “cut2”-Bereichs gefittet wurden. Die Steigungen dieser Fits sollten für Ni und Fe eine eindeutige Trennung aufweisen. Ferner ist es möglich, durch Differenzieren des Signals

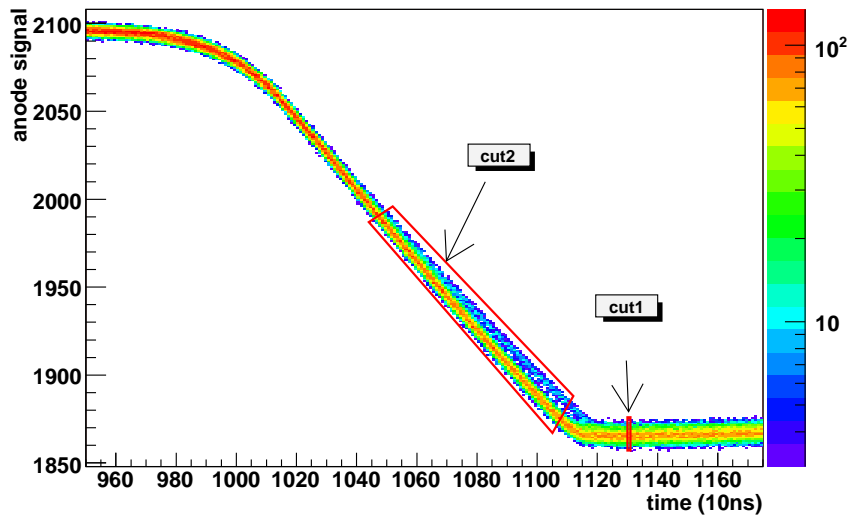


Abbildung 7.9.: Wahl der Cuts zum linearen fitten der Ereignisse.

(sehr kurzer Rechteckfilter), und eine geeignete Wahl einer Schwelle, den Fit-Bereich einzuschränken. So ist man in der Auswahl der Ereignisse, sowie der globalen Festlegung eines “Cut”-Bereichs, nicht mehr beschränkt. Abb. 7.10 zeigt den Vergleich zw. gesetzten

Cuts, sowie der Auswahl durch Differenzieren des Signals. Durch setzen eines “Cuts” ließ sich eine Trennung innerhalb des Bereiches von  $\sim 6.5\sigma$  herbeiführen, während man durch das Fitten von 50 Datensamples eine Trennung von  $\sim 7.2\sigma$  erzielen konnte.

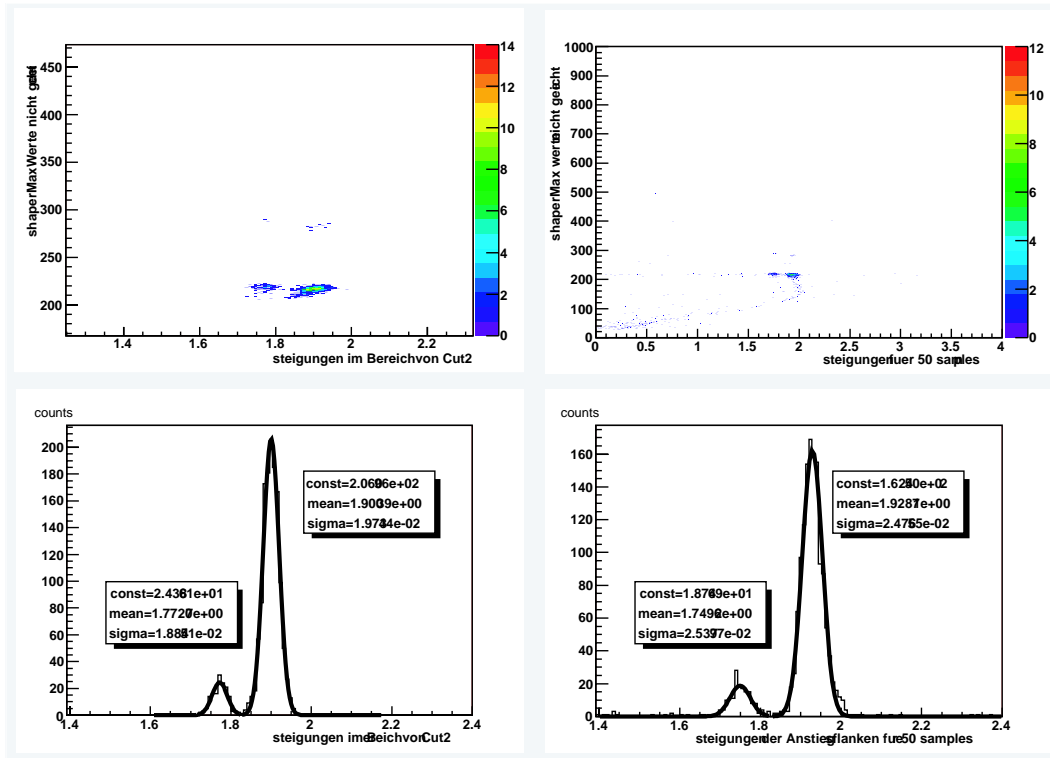


Abbildung 7.10.: Vergleich der Steigungen der gefitteten Geraden für gesetzte Cuts (links) und automatisiertes Fitten (rechts).

### 7.2.3 Long-Short Methode

In der Streuung von Ni an Fe unter  $30^\circ$  sind die Energien der beiden Teilchen beim Eintritt in den Detektor so ähnlich, dass sich keine Trennung für sehr lange Integrationszeiten herbeiführen lässt. Trotzdem sieht man in Abb.7.11 den Energieunterschied von 1410keV im Schwerpunkt der Verteilungen. Abb. 7.12 zeigt die Energieverteilung relevanter Anodensignale. Aufgrund der sehr geringen Statistik der Fe-Ionen sieht man hier lediglich ansatzweise eine Verbreiterung der Verteilung zu höheren Energien, die auf die höherenergetischen Fe-Isotope zurückzuführen ist. Abb. 7.11 zeigt einen  $\Delta E - E$ -Plot als Resultat der Anwendung der optimalen kurzen und langen Filterkonfigurationen an die Anodensignale.

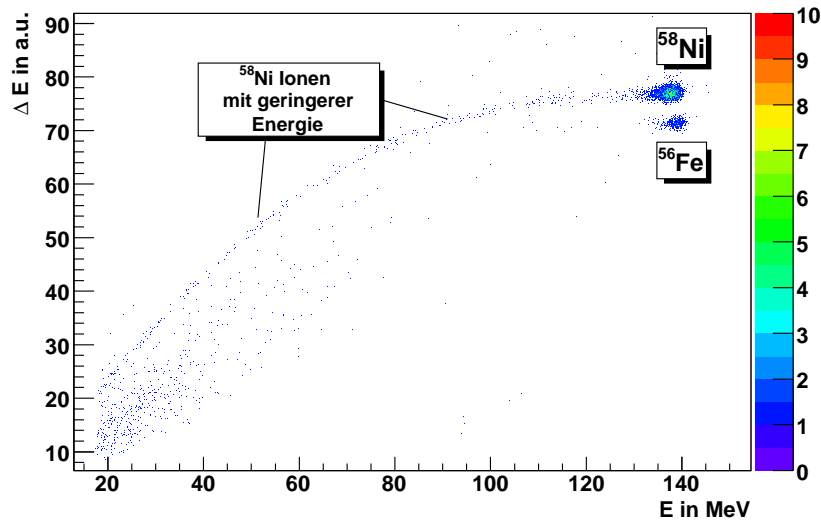


Abbildung 7.11.:  $\Delta E - E$ -Plot der optimalen Filterkonfigurationen für die experimentellen Daten unter  $30^\circ$ .

Für das kurze Formen, welches im Umkehrpunkt der Anstiegsflanke, also der steilsten Stelle im Anodensignal, sein Maximum erreicht, ist eine klare Trennung jedoch möglich. Abb. 7.11 zeigt, wie es sich auch bereits in den unterschiedlichen Anstiegszeiten in Abb. 7.1(b) angedeutet hat. Abb. 7.13 zeigt den Maximalwert eines jeden Ereignisses unter Verwendung eines Filters mit kurzer Integrationszeit.

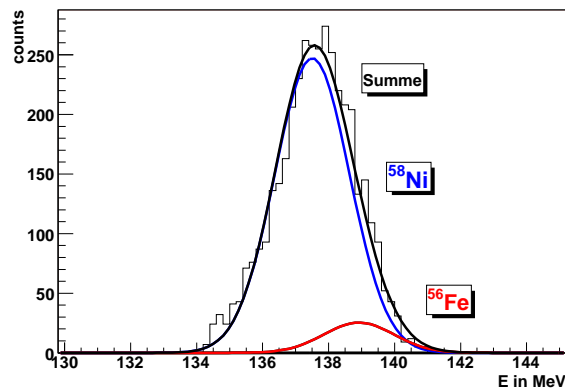


Abbildung 7.12.: Energieauflösung der experimentellen Daten. Wie erwartet besitzt Ni eine geringere Energie als Fe im Falle der Beobachtung unter  $30^\circ$ .

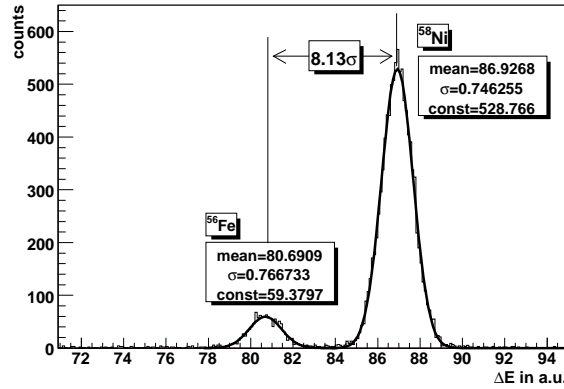


Abbildung 7.13.: Trennung durch das Bragg-Maximum entsprechend dem maximalen Energieverlust.

Somit lässt sich mit dem kurzen Filter eine  $\Delta E$ -Trennung von  $8.13\sigma$  erzielen. Durch eine Einschränkung der Ereignisse bzgl. ihrer  $\Delta E$ -Werte (kurzes shaping) lassen sich die Energieverteilungen der beiden Isotope getrennt betrachten.

$$\bar{E}_{Ni} = 137.503 \text{ MeV} \quad \sigma(E_{Ni}) = 1.133 \quad (7.10)$$

$$\bar{E}_{Fe} = 138.916 \text{ MeV} \quad \sigma(E_{Fe}) = 1.063 \quad (7.11)$$

Dies ergibt eine  $E$ -Trennung von  $\sim 1.41 \text{ MeV}$  was im Rahmen einer Pulsereicherung mit der theoretisch erwarteten Trennung von  $1.41 \text{ MeV}$  in exzellenter Übereinstimmung ist.

#### 7.2.4 $\chi^2$ -Methode

Unter Einschränkung auf einzelne Isotope lassen sich die gemittelten und somit erwarteten Anstiegsflanken rekonstruieren. Für ein gleiches Isotop unterschiedlicher Energie würde die Anstiegsflanke sich nicht in der Form, aber wohl in der Länge ändern. Für unterschiedliche Isotope erwartet man hingegen, dass die Steigungen der Anstiegsflanken und insbesondere der Umkehrpunkt zueinander verschoben wären. Abb. 7.14 zeigt dieses Verhalten für die gemittelten experimentellen Daten von  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ . Durch Testen der Abweichung eines Ereignisses, bzgl. der gemittelten Erwartungskurve für jedes Isobar, lässt sich auf die Übereinstimmung schließen. Je näher die Kurve sich an die Erwartungsfunktion schmiegt, desto kleiner würde dessen  $\chi^2$  ausfallen (s. Abb. 7.15 und 7.16).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(f_{exp}(i) - f_{theo}(i))^2}{\Delta f_{theo}^2(i)} \quad (7.12)$$

Somit lässt sich durch Kenntnis einer Erwartungsflanke die Abweichung eines Ereignisses mit dessen Tendenz in der Isotopenkarte korrelieren. In anderen Worten: Sieht das gemessene Signal dem durchschnittlichen Ni-Signal sehr ähnlich wird der Wert  $\chi_{Ni}^2$  klein. In Konsequenz muss aber auch  $\chi^2$  für alle anderen Ionen groß werden und umgekehrt.



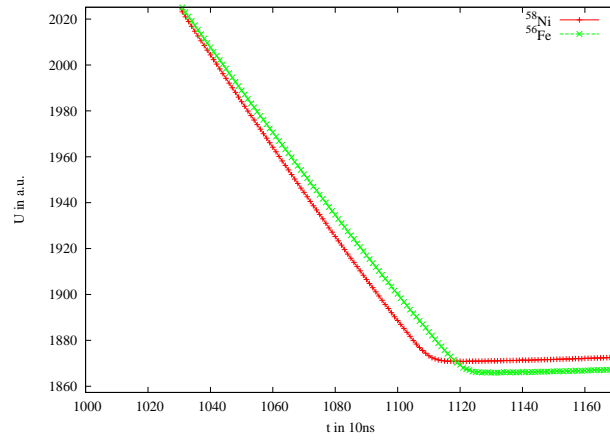


Abbildung 7.14.: Ausschnitt der gemittelten experimentellen Erwartungsprofile der Anstiegskurven der beteiligten Ionen unter  $30^\circ$ .

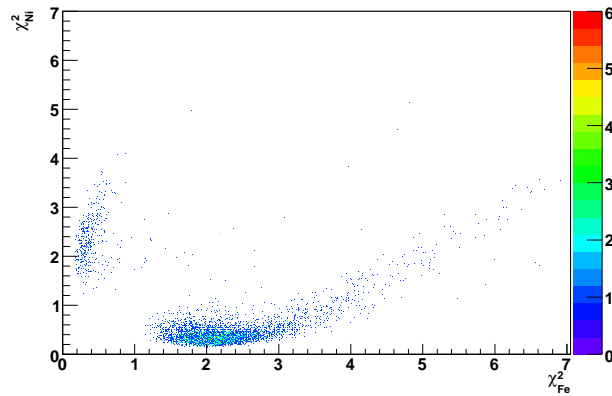


Abbildung 7.15.:  $\chi^2_{Ni}$ - gegen  $\chi^2_{Fe}$ -Werte der experimentellen Daten. Die Parameter  $\Delta t$  und  $\Delta U$  wurden hierbei variabel gelassen.

Dennoch kann man hier noch nicht sagen, ob es ein höheres oder niedrigeres  $Z$  besessen hat, da sowohl für  $(Z+1)$ - sowie  $(Z-1)$ -Isotope die Abweichung groß sein kann.

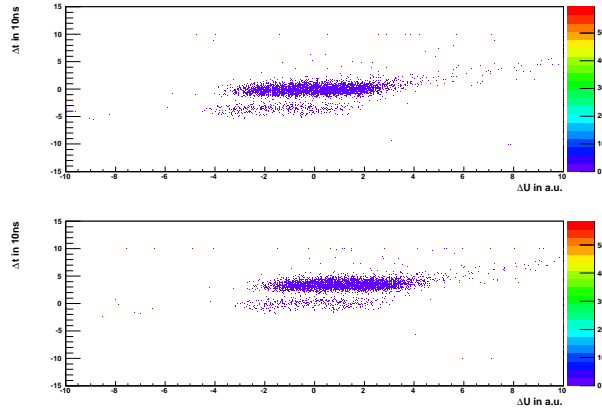


Abbildung 7.16.:  $\Delta t$  gegen  $\Delta U$  für die zu erwartenden Funktionen. Oben ist der Fit an die zu erwartende Ni-Anstiegsflanke und unten die für Fe zu sehen.

Ferner sollte man berücksichtigen, dass ein möglicher Offset in der Zeit ( $\Delta t$ ) durch die Triggerbedingung verursacht worden sein könnte. Der Offset in der Signalamplitude ( $\Delta U$ ), verursacht durch Rauschen, wird auch als frei angenommen. Da das Rauschen und somit  $\Delta U$  für jedes Ereignis Bedeutung besitzt, ist dies ein unerwünschter aber globaler Effekt, während die Triggerbedingung einen entscheidenden Einfluss auf die Datenaufnahme besitzt. So ergibt sich

$$S(t) = \overline{S_{Ion}}(t + \Delta t) + \Delta U \quad (7.13)$$

unter Verwendung des gemittelten Signals eines Ions  $\overline{S_{Ion}}$ . Für jedes Signal wurden  $\Delta t$  und  $\Delta U$  frei gelassen. Die resultierenden  $\chi^2$ -Werte zeigt Abb. 7.15. Abb. 7.16 zeigt den Korrelationsplot der freien Parameter des  $\chi^2$ -Fits. Eindeutig erkennt man, dass die Fitoperationen sinnvolle Ergebnisse liefern, da unter Verwendung der Erwartungsfunktionen ein symmetrisches Ergebnis in  $\Delta t$  (Verschiebung in der Zeit muss bei einem Vergleich zweier Erwartungsfunktionen symmetrisch bzgl. der Null sein) herausfallen muss. Setzt mein Signal im Vergleich zur Erwartungsfunktion zeitlich gesehen zu früh ein muss  $\Delta t$  hinzuaddiert werden um eine größtmögliche Übereinstimmung zu erzielen. Umgekehrt ist das der Fall wenn mein Signal zeitlich später einsetzt. Bei einem direkten Vergleich zwischen zwei Ionen muss die Differenz zwischen diesen zeitlichen Verschiebungen Null ergeben und somit symmetrisch bzgl. der Null sein. Im Falle der erwarteten Ni-Funktion streuen die freien Parameter der Ni-Ereignisse um die Null, wohingegen die Fe-Ereignisse größere Abweichungen hiervon besitzen. In  $\Delta U$  muss das höher energetische Fe-Signal in Bezug auf die erwartete Ni-Flanke mit einem “Offset” subtrahiert werden da die Fe-Ionen eine höhere Energie besitzen (s Abb. 7.12), wohingegen das Ni-Signal in Bezug auf die erwartete Fe-Flanke einen positiven “Offset” erhalten muss da sie eine geringere Energie besitzen.

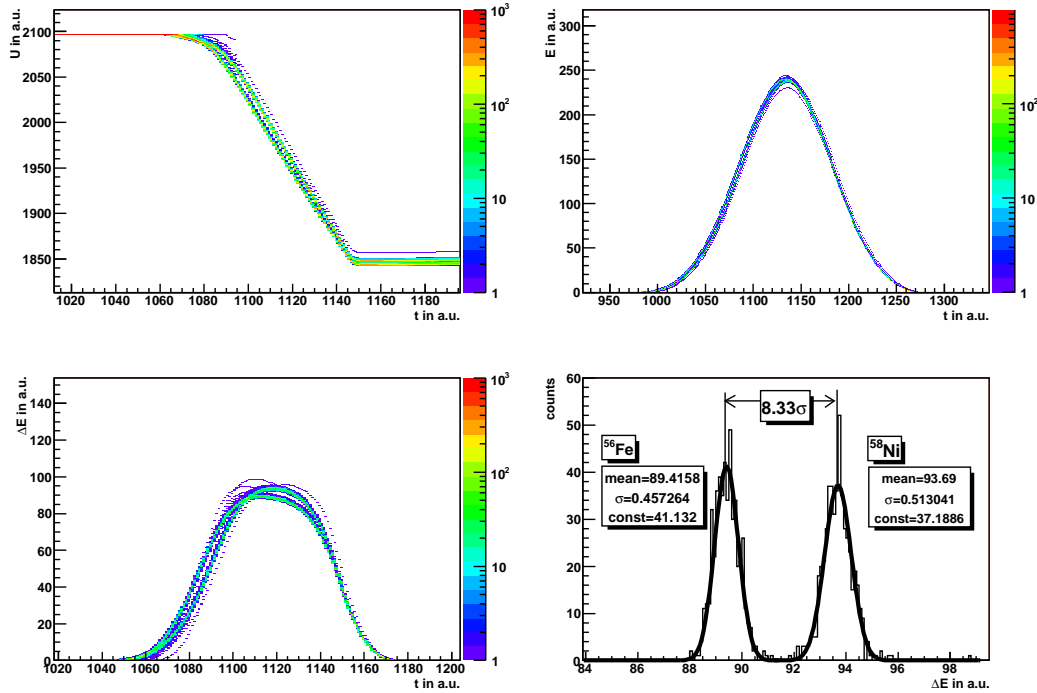


Abbildung 7.17.: Anwenden des digitalen Filters an die simulierten Daten für  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  Ionen. Ursprungssignal(oben-links), Langes Formen(oben-rechts), Kurzes Formen(unten-links), Maximalwerte aus der kurzen Formung(unten-rechts).

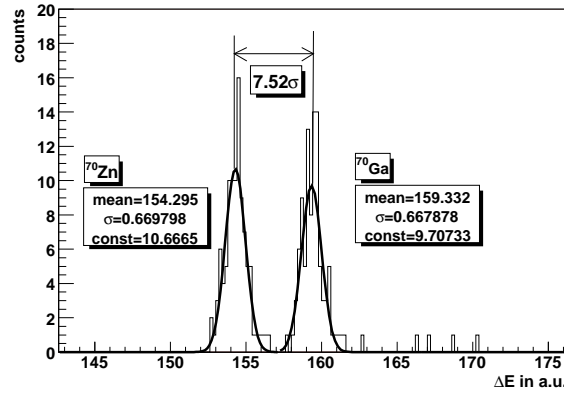
### 7.3 Vergleich mit simulierten Daten

Analog zu den bisherigen Betrachtungen der experimentellen Daten können durch eine geeignete Detektorantwortfunktion die simulierten Ereignisse ausgewertet werden. Die Produktion der Ladungsträger  $Q_i$  durch Ionisation ist proportional zum Energieverlust  $\sum_i (dE/dx)_i$  der einfallenden Isotope. Die über den Kondensator zu jedem Zeitpunkt abfließenden Ladungsträger  $q_i$  können, unter Kenntnis der Auflade- und Abklingkonstanten im Vorverstärker, durch numerische Integration bestimmt werden.

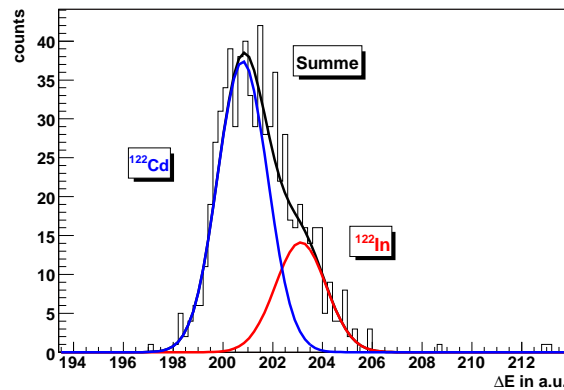
$$Q_i(t) = \tau_{\text{Integration}} \cdot Q_i(t) - \tau_{\text{Entladung}} \cdot Q_{i-1}(t) \quad (7.14)$$

#### 7.3.1 Erweiterung der Long-Short-Methode

Abb. 7.17 zeigt die Antwort der Detektorfunktion sowie des digitalen Filters im Falle kurzer Integrationszeiten für Ni- und Fe-Ionen unter den selben Bedingungen wie im Experiment. Die  $\Delta E$ -Trennung beträgt  $8.33\sigma$  was mit den Werten aus dem Experiment ( $\Delta E = 8.13\sigma$  s. Abb. 7.13) in sehr guter Übereinstimmung ist. Abb. 7.18 zeigt die Trennung in  $\Delta E$  für eine Simulation von  $^{70}\text{Ga}$ - und  $^{70}\text{Zn}$ -Ionen bei einer Einschussenergie

Abbildung 7.18.:  $\Delta E$ -Trennung für  $^{70}\text{Ga}$ - und  $^{70}\text{Zn}$ -Ionen.

von  $E_0 = 2.84\text{MeV}/u$ . Auch hier erhält man eine eindeutige Trennung von  $7.5\sigma$ . Bei einer Simulation von  $^{122}\text{Cd}$ - und  $^{122}\text{In}$ -Ionen mit einer Energie von  $E_0 = 2.84\text{MeV}/u$  ist hingegen keine eindeutige Trennung alleine durch den kurzen “Shaper” mehr sichtbar (s. Abb. 7.19). Lediglich die Breite der Verteilung lässt darauf schließen, dass man es nicht nur mit einer Ionensorte zu tun gehabt hat. Während eine Identifikation jedes einzelnen Ereignisses nicht mehr möglich ist, lässt sich jedoch immer noch das Intensitätsverhältnis von Cd und In Ionen bestimmen, so lange dieses Verhältnis nicht zu extrem wird.

Abbildung 7.19.:  $\Delta E$ -Trennung für  $^{122}\text{Cd}$ -(500 Ereignisse)- und  $^{122}\text{In}$ -(200 Ereignisse)-Ionen.

### 7.3.2 $\chi^2$ -Methode

Durch Mitteln vieler Ereignisse eines Ions lässt sich wieder eine Erwartungsfunktion erzeugen, welche die Grundlage zur Bildung der  $\chi^2$ -Werte ist. Abb. 7.20 zeigt das Ergebnis eines  $\chi^2$ -Tests für  $^{58}\text{Ni}$  und  $^{56}\text{Fe}$  unter den experimentellen Bedingungen.

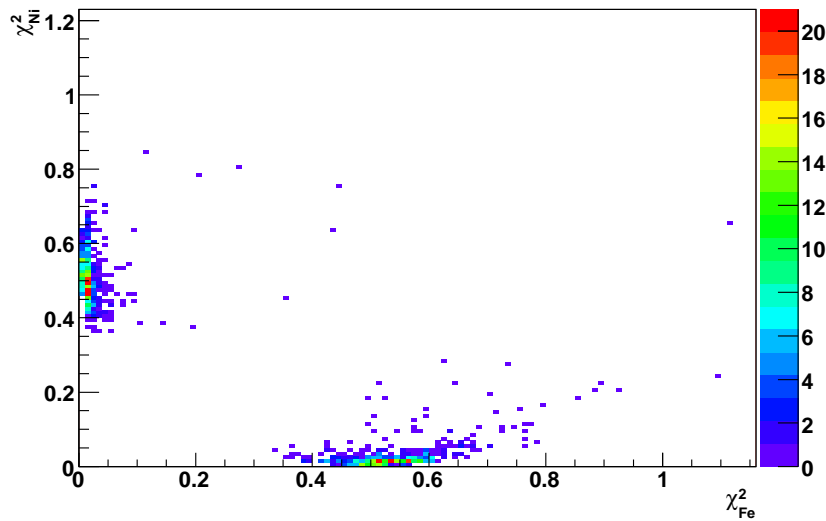


Abbildung 7.20.:  $\chi^2_{Ni}$ - gegen  $\chi^2_{Fe}$ -Werte der simulierten Daten. Die Parameter  $\Delta t$  und  $\Delta U$  wurden hierbei variabel gelassen.

Es ergibt sich ein qualitativ ähnliches Bild wie für die experimentellen Daten. Bei einem Vergleich mit schwereren Ionen (s. Abbn. 7.21 und 7.22) erkennt man, dass die erwarteten Signale sich immer weniger unterscheiden. Dies führt unweigerlich zu geringeren  $\chi^2$ -Werten für die beteiligten Ionensorten. Ferner fällt auf, dass die Plots einen stark symmetrischen Charakter aufweisen.

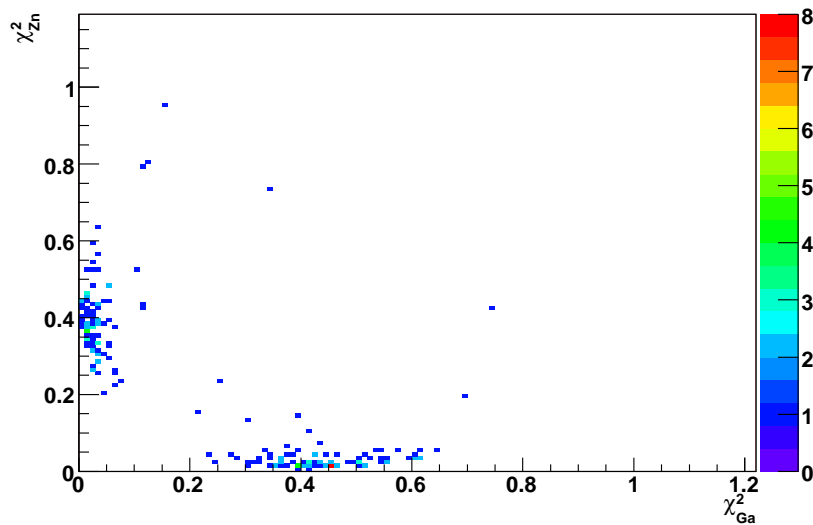


Abbildung 7.21.:  $\chi^2_{Zn}$ - gegen  $\chi^2_{Ga}$ -Werte der simulierten Daten. Die Parameter  $\Delta t$  und  $\Delta U$  wurden hierbei variabel gelassen.

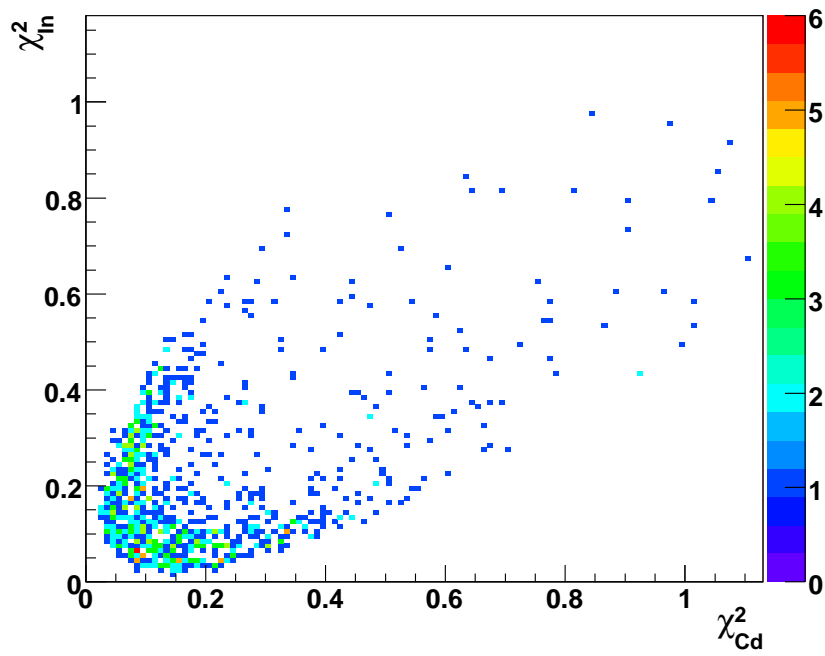


Abbildung 7.22.:  $\chi^2_{In}$ - gegen  $\chi^2_{Cd}$ -Werte der simulierten Daten. Die Parameter  $\Delta t$  und  $\Delta U$  wurden hierbei variabel gelassen.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde eine neue Bragg-Kammer vorgestellt, die in einem Testexperiment erfolgreich eingesetzt wurde. Unter anderem konnten damit  $^{56}\text{Fe}$  und  $^{58}\text{Ni}$  Isotope mit ausreichender Genauigkeit durch ihren maximalen Energieverlust ( $\Delta E = 8.13\sigma$ ) unterschieden werden. Die Trennung bezüglich ihrer gesamten Energiedeposition entsprach dem zu erwarteten Wert von  $1.41\text{MeV}$ . Ferner wurden die experimentellen Ergebnisse mit Simulationen des Softwarepakets TRIM verglichen. Die durch Simulationen vorausgesagte  $\Delta E$ -Trennung von  $8.33\sigma$  ist im Rahmen der Messgenauigkeit vergleichbar mit den experimentellen Ergebnissen.

Als ein weiteres wurden Simulationen für schwerere Isotope durchgeführt. Auch wenn eine Trennung im Falle von  $^{122}\text{Cd}$  und  $^{122}\text{In}$  Isobaren bei einer Energie von  $2.84\text{MeV/u}$  mit der Long-Short-Methode lediglich durch Intensitätsbetrachtungen möglich ist, ist dies irrelevant wenn man nur die Strahlzusammensetzung wissen will. Das geht z.B. durch einen Fit von Abb. 7.19. Will man das Ergebnis Ereignis für Ereignis, dann liefert ein Schnitt in Abb. 7.22 das erwünschte Resultat.

Im Hinblick auf die Simulationen sind zwei Erweiterungen möglich. Zum einen sollte durch lineare Interpolation zwischen den Datenpunkten, sowie einer Berücksichtigung der Driftgeschwindigkeit, das experimentelle Signal besser beschrieben werden. Zum anderen wäre es aber auch möglich mit einer genauen Kenntnis der Driftgeschwindigkeit die Schichten so zu definieren dass die definierte Dicke der simulierten Schichten exakt einem Daten- bzw. Zeitsample entspricht.

Bei der ersten Methode müssten die simulierten Daten, durch die konstante Driftgeschwindigkeit, in ein zeitabhängiges Signal umgewandelt werden ( $t_k = dx_k/v_{Drift}$  zu jedem Datenpunkt  $k$ ), um durch Anpassung der Auf- sowie Entladekonstanten, sowie die Umrechnung in ADC-Werte, das experimentelle Signal nachzubilden.

Bei der zweiten Methode müsste unter Kenntnis der Driftgeschwindigkeit die Schichtdicke so gewählt werden, dass eine Schicht einem Datensample entspricht (hier z.B 10ns). Aufgrund der internen Berechnung von TRIM wird man aber auch in diesem Falle um eine Interpolation zwischen den Schichten nicht vorbeikommen.

Somit wäre eine Mischung der beiden Herangehensweisen am geschicktesten da die Interpolation zwischen den Datenpunkten bei einer feinen Wahl der Schichtdicke feinere Ergebnisse liefern sollte und die Interpolation ohnehin nicht umgangen werden kann.

Um die internen Triggerbedingungen des verwendeten ADC's zu implementieren müsste man den Triggeralgorithmus auf den numerisch integrierten Energieverlust anwenden. Die Ionen, die einen höheren Energieverlust am Ende ihres Eindringens in das Detektorvolumen machen, werden früher getriggert, da der akkumulierte Energieverlust höher

ist, somit schneller ansteigt und, als Konsequenz davon, die Schwelle früher durchbrechen kann.

Ferner könnten durch eine Hauptkomponentenanalyse zwei neue Koordinatenachsen bestimmt werden, durch welche eine eindeutigere Trennung im  $\chi^2$ - $\chi^2$ -Plot erzielt werden könnte. Bestimmt man die Schwerpunkte, bzw. Mittelwerte einer Ionensorte in Bezug auf das  $\chi^2$ , so sollten sich am Beispiel von Ni und Fe je zwei Punkte im  $\chi_{Ni}^2$ - $\chi_{Fe}^2$ -Plot für jedes Isotop finden lassen, die ein neues Koordinatensystem aufspannen (s Abb. 8.1 und 8.2).

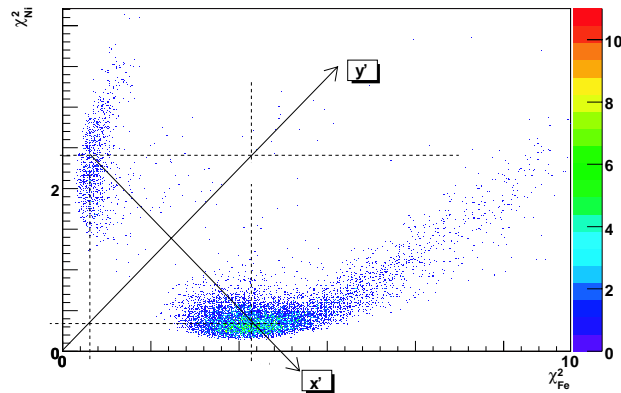


Abbildung 8.1.: Veranschaulichung der Koordinatentransformation des  $\chi_{Ni}^2$  -  $\chi_{Fe}^2$ -Plots.

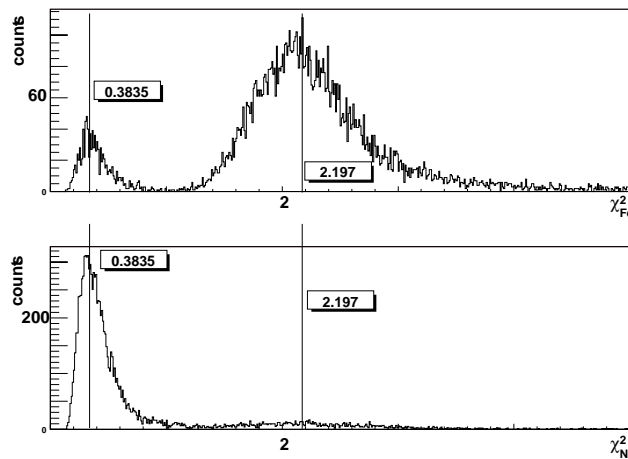


Abbildung 8.2.: Bestimmen der Schwerpunkte einzelner Ionensorten in Bezug auf  $\chi^2$ -Werte am Beispiel der experimentellen Daten.

Durch Kenntnis der  $x'$ -Achse in Abb. 8.1 kann man den Winkel zwischen der  $\chi_{Fe}^2$ - und  $x'$ -Achse bestimmen. Dieser kann dann zur Projektion der experimentellen Daten auf die  $x'$ -Achse verwendet werden. Eine weitere Überlegung wäre, einen Konus mit einem gewissen



Öffnungswinkel zu definieren, ausgerichtet entlang der Winkelhalbierenden, welcher einen Schnitt durch dieses Spektrum macht, der eine Zuordnung oberhalb und unterhalb mit den Ionensorten korreliert. Als ein Weiteres sollten sich, im Falle einer elliptischen Form, die Halbachsen bestimmen lassen, die das Ion bzgl. der Kernladung, sowie dessen Energie charakterisieren.

Bei einer höheren Einschussenergie würden  $^{122}\text{Cd}$  und  $^{122}\text{In}$  höchstwahrscheinlich auch durch eine Long-Short Analyse zu trennen sein, da in diesem Falle das Bragg-Maximum mit abgetastet werden würde.

## A Variablen

Symbol	Definition	Units or Value
M	Incident particle mass	MeV/ $c^2$
E	Incident particle energy ( $\gamma M c^2$ )	MeV
T	Kinetic energy	MeV
$m_e c^2$	Electron mass $\times c^2$	0.510998902(21) MeV
$r_e$	Classical electron radius ( $e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2$ )	2.817940285(31) fm
$N_A$	Avogadro's number	6.02214199(47) $\times 10^{23} mol^{-1}$
ze	Charge of incident particle	
Z	Atomic number of medium	
A	Atomic mass of medium	$gmol^{-1}$
K/A	$4\pi N_a r_e^2 m_e c^2 / A$	0.307075 $MeV g^{-1} cm^2$ for A=1 $g mol^{-1}$
I	Mean excitation energy	eV
$\delta$	Density effect correction to ionization energy loss	
$r_0$		$1.1 \times 10^{-15} m$
$A_{t,p}$	Mass numbers of target and projectile respectively	
$r_c$		$1.3 \times 10^{-15} m$
$E_{cm}$	Kinetic Energy of the colliding particles in the center of mass	

Tabelle A.1.: Zusammenfassung der Variablen [Y<sup>+</sup>06]

## B Drift und Diffusion

Bei elektrisch geladenen Teilchen in einem elektrischen Feld überlagern sich die ungeordneten Diffusionsbewegungen mit denen der geordneten Driftbewegung. In einem feldfreien Raum (also lediglich Diffusion) nehmen die Elektron-Ion Paare durch Vielfachstöße mit den Gasmolekülen eine thermische Gleichgewichtsverteilung  $f_0(\vec{r}, \vec{v})$  an. Diese ist stationär und gehorcht somit  $\partial_t f(\vec{r}, \vec{v}, t) = 0$ .

$$f_0(\vec{r}, \vec{v}) = \rho(\vec{r}) \left( \frac{m}{2\pi kT(\vec{r})} \right)^{3/2} e^{-\frac{m(\vec{v}-\vec{v}_0(\vec{r}))^2}{2kT}}$$

Für die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$  sowie die wahrscheinlichste Geschwindigkeit  $v^*$  der Teilchen ergibt sich

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = 1.128v^* \quad \text{aus} \quad \bar{v} = \int_0^\infty v \cdot f(\vec{v}) dv$$

$$v^* = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \text{aus} \quad \frac{df(\vec{v})}{dv} = 0$$

Bei Anlegen eines elektrischen Feldes und unter der Annahme, dass es zu keiner Rekombination sowie Anlagerung kommt, kann man die Driftgeschwindigkeit der Ionen durch

$$\vec{v}_{Drift} = \mu(E) \vec{E} \frac{p_0}{p} \tag{B.1}$$

mit der energieabhängigen Ladungsträgerbeweglichkeit  $\mu(E)$ , der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  und den auf Normalbedingungen normierten Druck  $p_0/p$  beschreiben. In Gasmischungen  $G_1, \dots, G_n$  ist die Mobilität der Ionen  $\mu_i^+$  gemäss dem Blanc'schen Gesetz eine dem Stöchiometrischen Verhältnissen  $p_j$  gewichtete lineare Superposition der einzelnen Beiträge:

$$\frac{1}{\mu_i^+} = \sum_{j=1}^n \frac{p_j}{\mu_{ij}^+} \tag{B.2}$$

Eine sehr ähnliche Theorie wie die der positiv geladenen Ionen lässt sich für die leichteren Elektronen entwickeln. Sehr früh wurde jedoch festgestellt dass die Elektronen, abgesehen von sehr kleinen Feldern, eine nicht konstante Mobilität besitzen. Aufgrund ihrer geringen Masse können Elektronen sehr viel Energie zwischen zwei Stößen durch

das elektrische Feld aufnehmen. In einer simplen Schreibweise nach Townsend lässt sich die Driftgeschwindigkeit schreiben als

$$\vec{v}_{Drift} = \frac{e}{2m} \vec{E} \tau \quad (\text{B.3})$$

wobei  $\tau$  die mittlere Zeit zwischen zwei Kollisionen, und i. A. eine Funktion des elektrischen Feldes ist. Ferner wurde festgestellt dass der Kollisionsquerschnitt, und somit  $\tau = \lambda v = v/(N\sigma)$ , bei manchen Gasen sehr stark vom angelegtem Feld abhängig ist und zu einer Ausbildung von Maxima und Minima im Querschnitt führt (Ramsauer Effekt). Unter sehr allgemeinen Annahmen sowie Felder, bei welchen nur ein minimaler Prozentsatz der Elektronen genügend Energie zur weiteren Ionisation erlangt, lässt sich die Energieverteilung schreiben als:

$$F(\epsilon) = C \sqrt{\epsilon} \exp\left(-\int \frac{3\Lambda(\epsilon)\epsilon d\epsilon}{[eE\lambda(\epsilon)]^2 + 3\epsilon kT\Lambda(\epsilon)}\right) \quad (\text{B.4})$$

mit

$$\lambda(\epsilon) = \frac{1}{N\sigma(\epsilon)} \quad (\text{B.5})$$

$\Lambda(\epsilon)$  ist hierbei die durch Anregung von Vibrations- oder Rotationszuständen übertragene Energie (Inelastizität). Sind die elastischen wie inelastischen Wirkungsquerschnitte bekannt lässt sich  $F(\epsilon)$  berechnen und die Driftgeschwindigkeit sowie der Diffusionskoeffizient

$$v_{Drift}(E) = -\frac{2}{3} \frac{eE}{m} \int \epsilon \lambda(\epsilon) \frac{\partial [F(\epsilon) u^{-1}]}{\partial \epsilon} \quad (\text{B.6})$$

$$D(E) = \int \frac{1}{3} u \lambda(\epsilon) F(\epsilon) d\epsilon \quad \text{mit} \quad u = \sqrt{2\epsilon/m} \quad (\text{B.7})$$

bestimmen.

## C SIS 3300 100MHz FADC

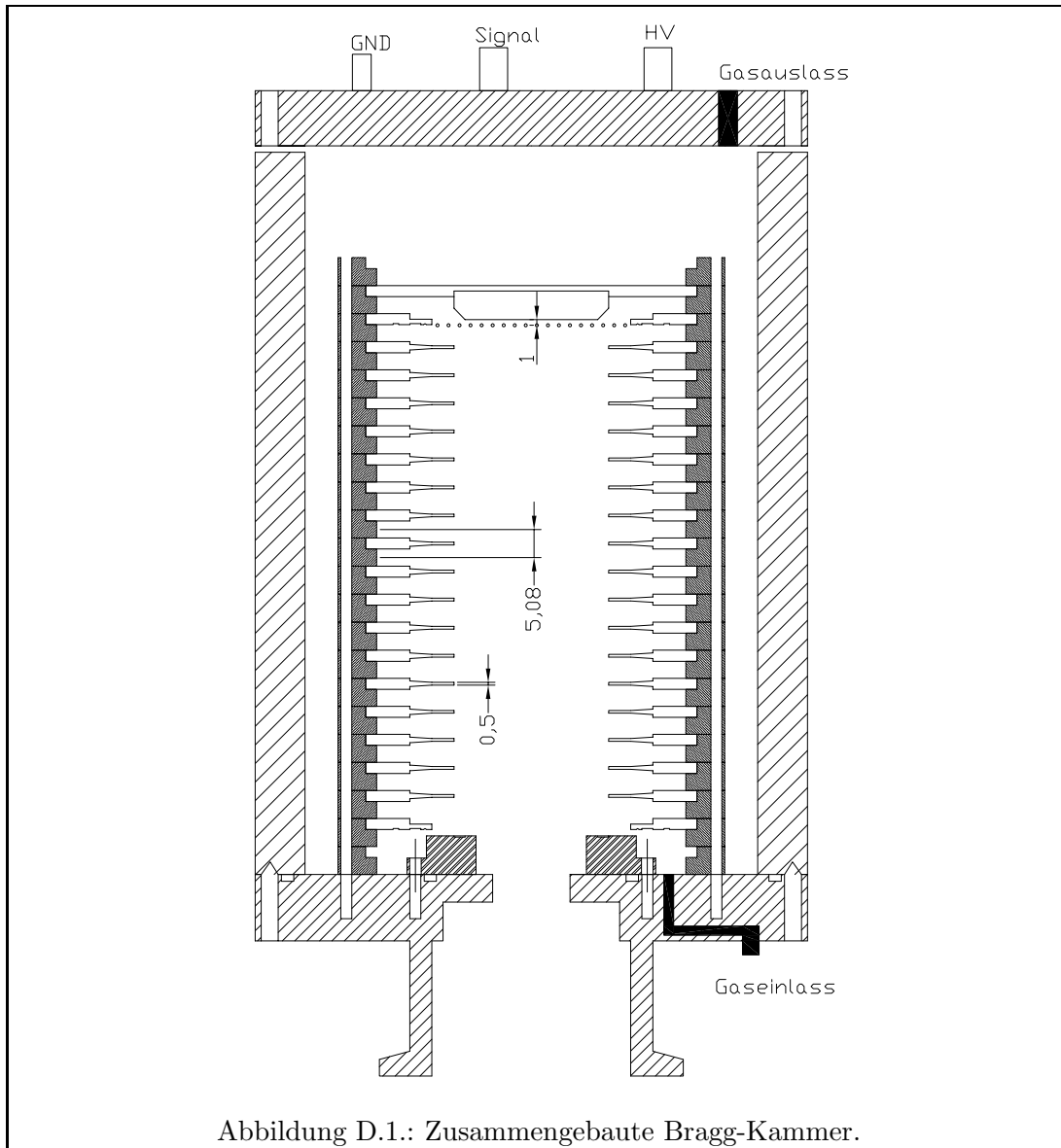
Die Datenaufnahme erfolgte mit 100 MHz Sampling ADC der SIS GmbH. Der SIS3300 ist ein 8 Kanal ADC mit einer Sampling Rate von bis zu 105 MHz und einer Auflösung von 12-bit für jeden individuellen Kanal. Die Auflösung ist die Zahl der Bits, die der ADC verwendet, um ein analoges Signal darzustellen. Das SIS3300 besteht aus 4 identischen Gruppen von 2 ADC Kanälen. Ein ADC sampled analoge Signale kontinuierlich und konvertiert die Amplitude des Signals in einen digitalen Wert endlicher Auflösung. Das Abtasttheorem von Shannon besagt, dass ein kontinuierliches bandbegrenztetes Signal mit einer doppelt so hohen Frequenz abgetastet werden muss, wie dessen maximaler Eingangsfrequenz um aus dem zeitdiskreten Signal das Ursprungssignal ohne Informationsverlust zu rekonstruieren. Allgemein würde gelten:

$$f_{abast} > (f_{obereGrenzfrequenz} - f_{untereGrenzfrequenz})$$

Technische Daten:

- 8 Kanäle
- 12 Bit Auflösung
- bis zu 105 MHz Sampling Rate
- >80 MHz analoge Bandbreite
- externe/interne clock (ein reguläres Ereignis welches die Konversion verursacht wird clock genannt)
- multi event Modus
- pre/post Trigger Option
- 128 Ksamples Speicher (auch dual)
- interne wie Externe Trigger erzeugung

## D Konstruktionszeichnungen



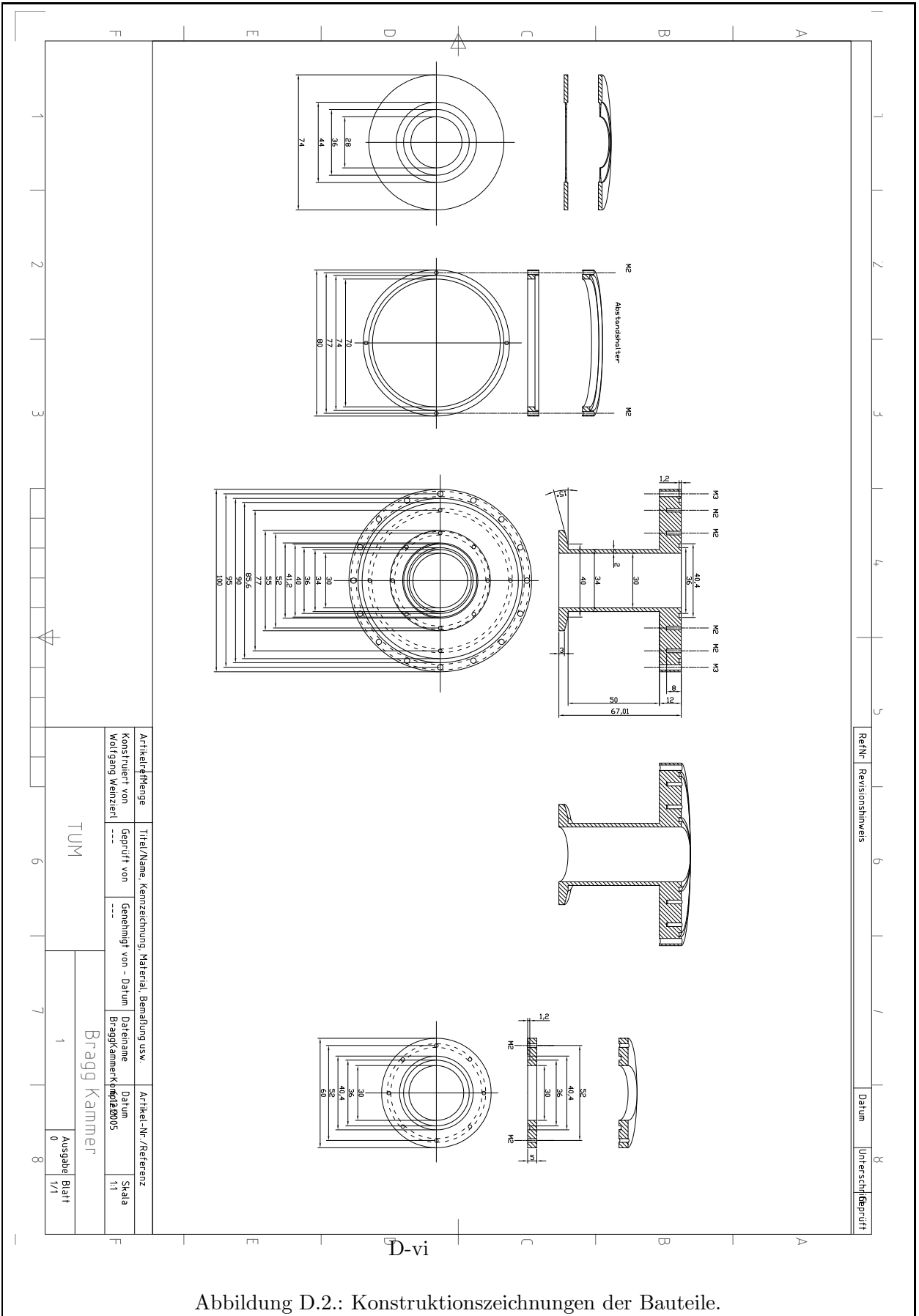


Abbildung D.2.: Konstruktionszeichnungen der Bauteile.

## E Software

Für die Umsetzung der Simulationsergebnisse wurden unterschiedliche Programme geschrieben:

**SimTRIMBragg.pl:** erzeugt ein Verzeichnis mit allen notwendigen Dateien für die TRIM Simulationen. Dazu zählt ein Shellskript welches die notwendigen Dateien Doskompatibel macht, sowie die Batch Datei welche die Simulationen regelt.

Kommandozeilenparameter: Teilchenzahl MasseProjektil -proj Projektil(Cd,In, ...multiple possible) Energie(keV) Sigma Dichte(P10  $g/cm^3$ ) DepthMax(P10 in A) Inkrement(Depth) -v (verbose) -h (help)

Bsp:

```
./SimTRIMBragg.pl 1000 122 -proj Cd -proj In 350e3 3.5e3 0.004 10e8 10e7
```

**TraceParticlesTrim.pl:** verfolgt die einzelnen Teilchen durch die Schichten und schreibt den Output einer Schicht in den Input der Folgenden. Wird durch die Batch Datei automatisch aufgerufen.

Kommandozeilenparameter: Teilchenzahl Inputdatei Outputdatei

Bsp:

```
./TraceParticlesTrim.pl 1000 TRANSMIT.txt TRIM.DAT
```

**SetRandSeed.pl:** ist ein kleines Perlprogramm welches nach jeder durchlaufenen Schicht den "Random Seed" um eins erhöht. Wird durch die Batch Datei automatisch aufgerufen.

Kommandozeilenparameter: Inputdatei RandomNumberSeed

Bsp:

```
./SetRandSeed.pl TRIM.IN 4356789
```

**ExtractingRealBraggCurves.pl:** extrahiert die Braggkurven der Teilchen. Diese können entweder einzeln oder gemittelt ausgelesen werden.

Kommandozeilenparameter: Inputverzeichnis GemitteltOderAlle(M,A)

Bsp:

```
./ExtractingRealBraggCurves.pl 122CdIn350e310e8/Cd/ M
```

Bei mehreren Unterverzeichnissen innerhalb eines Verzeichnisses ist darauf zu achten dass das Inputverzeichnis eines Teilchens aufgerufen wird. Bsp: Existiert das Verzeichnis 122CdIn350e310e8/, und in diesem Verzeichnis die Verzeichnisse Cd/ und In/ so muss der Aufruf für Cd/ ./ExtractingRealBraggCurves.pl 122CdIn350e310e8/Cd/ und für In/ ./ExtractingRealBraggCurves.pl 122CdIn350e310e8/In/ lauten.



## Literaturverzeichnis

- [Ahl80] S.P. Ahlen. Theoretical and experimental aspects of the energy loss of relativistic heavily ionizing particles. *Reviews of Modern Physics*, 52:121–173, 1980.
- [B<sup>+</sup>05] L. Bardelli et al. Digital-sampling systems in high-resolution and wide dynamic-range energy measurements: Finite time window, baseline effects, and experimental tests. *Nuclear Instruments and Methods A*, 560:524–538, 2005.
- [B<sup>+</sup>06a] L. Bardelli et al. Digital-sampling systems in high-resolution and wide dynamic-range energy measurements: Comparison with peak sensing adcs. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, 560:517–523, 2006.
- [B<sup>+</sup>06b] L. Bardelli et al. Digital-sampling systems in high-resolution and wide dynamic-range energy measurements: Finite time window, baseline effects, and experimental tests. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, 560:524–538, 2006.
- [BCH49] O. Bunemann, T.E. Cranshaw, and J.A. Harvey. Design of grid ionization chambers. *Canadian Journal of Research*, 27A:191–206, 1949.
- [Bet32] H. A. Bethe. Bremsformel für elektronen relativistischer geschwindigkeit. *Zeitschrift für Physik*, 76:293, 1932.
- [BH71] E. Bonderup and P. Hvelplund. Stopping power and energy straggling for swift protons. *Physical Review*, A 4:562–569, 1971.
- [BK82] W. Brandt and M. Kitagawa. Effective stopping-power charges of swift ions in condensed matter. *Physical Review B*, 25:5631–5637, 1982.
- [Boh13] N. Bohr. On the theory of the decrease of velocity of moving electrified particles on passing through matter. *Philosophical Magazine and Journal of Science S.6*, 25:10, 1913.
- [Boh48] N. Bohr. —. *Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. Medd.*, 18 No. 8:13, 1948.

- [CER05] CERN. Cern-2005-009. Technical report, CERN, 2005.
- [ENR81] P.M. Echenique, R.M. Nieminen, and R.H. Ritchie. Density-functional calculation of the stopping power of slow ions in metals. *Solid State Communication*, 37:779, 1981.
- [F<sup>+</sup>91] A. Frawley et al. A high stopping power, large acceptance bragg curve spectrometer for heavy ion detection. *Nuclear Instruments and Methods B*, 56-57:952–955, 1991.
- [Fan65] U. Fano. Atomic theory of electromagnetic interactions in dense materials. *Physical Reviews*, 103:1202–1218, 1965.
- [Fer40] Enrico Fermi. The ionization loss of energy in gases and in condensed materials. *Physical Review*, 57:485–493, 1940.
- [FGK<sup>+</sup>92] M. Fink, J. Geiger, H. Kleinpoppen, K.P. Lieb, N. Risch, P. Schmüser, and H. Spitzer. *Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik Band 4 Teilchen*. Walter de Gruyter, 1992.
- [Fir59] D.B. Firsov. Qualitative interpretation of the mean excitation energy for electrons in atomic collisions. *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki*, 36:1517–1523, 1959.
- [GSI06] GSI. MBS-DAQ. <http://www-w2k.gsi.de/daq/>, 2006.
- [Jamht] S. Jamecsny. *Hochaufgelöste Ionenstreuung: Untersuchungen zur Auflösungs-grenze, zur Ladungszustandsverteilung und Analyse der anisotropen Oxidation von Aluminium-Einkristall-Oberflächen*. PhD thesis, wird veröffentlicht.
- [KT41] Julian Knipp and Edward Teller. On the energy loss of heavy ions. *Physical Review*, 59:659–669, 1941.
- [KVB81] S. Kreussler, C. Varelas, and W. Brandt. Target dependence of effective projectile charge in stopping powers. *Physical Review B*, 23:82–84, 1981.
- [LNS68] J. Lindhard, V. Nielsen, and M. Scharff. Approximation method in classical scattering by screened coulomb fields. (notes on atomic collisions, i). *Matematisk-fysiske Meddelelser*, 36:—, 1968.
- [Mih06] L.-C. Mihailescu. *Neutron ( $n, xn\gamma$ ) cross-section measurements for  $^{52}\text{Cr}$ ,  $^{209}\text{Bi}$  and  $^{206,207,208}\text{Pb}$  from threshold up to 20MeV*. PhD thesis, 2006.
- [Nor60] L.C. Northcliffe. Energy loss and effective charge of heavy ions in aluminum. *Physical Review*, 120:1744–1757, 1960.
- [NR55] J. Neufeld and R.H. Ritchie. Passage of charged particles through plasma. *Physical Reviews*, 98:1632–1642, 1955.

- [O<sup>+</sup>87] H.G. Ortlepp et al. Bragg peak spectroscopy of low-energy heavy ions. *Nuclear Instruments and Methods A*, 257:244–252, 1987.
- [O<sup>+</sup>89] H.G. Ortlepp et al. Performance of a bragg ionization chamber for depth profiling and surface analysis. *Nuclear Instruments and Methods B*, 43:82–91, 1989.
- [OR89] H.G. Ortlepp and A. Romaguera. Real time digital processing of bragg ionization chamber signals. *Nuclear Instruments and Methods A*, 276:500–508, 1989.
- [S<sup>+</sup>82] C. Schiessl et al. A bragg-curve spectroscopy detector. *Nuclear Instruments and Methods*, 192:291–294, 1982.
- [S<sup>+</sup>00] G.M. Santos et al. The brazilian bragg curve detector built for ams studies. *Nuclear Instruments and Methods B*, 172:310–315, 2000.
- [S<sup>+</sup>01] C. Stan-Sion et al. Construction of the detector and time-of-flight system. Technical report, IDRANAP, 2001.
- [Sau77] F. Sauli. Principles of operation of multiwire proportional and drift chambers. Technical report, CERN, 1977.
- [SB82] F. Schulz and W. Brandt. Effective charge of low-velocity ions in matter: A comparison of theoretical predictions with data derived from energy-loss measurements. *Physical Review B*, 26:4864–4870, 1982.
- [SIM06] TM SIMION. *SIMION 3D 7.0 User Manual*, 2006.
- [SIS06] GmbH VME SIS. *SIS3300/SIS3301 65/100MHz VME FADCs User Manual*, 2006.
- [T<sup>+</sup>97] A. Tripathi et al. A bragg curve spectroscopy detector for erda studies. *Nuclear Instruments and Methods B*, 129:423–428, 1997.
- [Tho12] J.J. Thomson. Ionization by moving electrified particles. *Philosophical Magazine and Journal of Science S.6*, 23:449, 1912.
- [Ulm06] Universität Ulm. Fourierspektroskopie an störstellen im halbleiter. Technical report, 2006.
- [WHB77] W.D. Wilson, L.G. Haggmark, and J.P. Biersack. Calculations of nuclear stopping, ranges, and straggling in the low-energy region. *Physical Review B*, 15:2458–2468, 1977.
- [XY06] Wen Xiangyang and Wei Yixiang. Constrained digital matched filter method for optimum filter synthesis. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, 560:346–351, 2006.

- [Y<sup>+</sup>06] W.-M. Yao et al. Review of Particle Physics. *Journal of Physics G*, 33:1+, 2006.
- [YRB77] B.S. Yarlagadda, J.E. Robinson, and W. Brandt. Effective-charge theory and the electronic stopping power of solids. *Physical Review B*, 17:3474–3483, 1977.
- [ZBL85] J.F. Ziegler, J.P. Biersack, and U. Littmark. *The Stopping and Range of Ions in Matter*. Pergamon Press, 1985.